

מבחן באלגוריתמים

סמסטר ב' תשס"ח, מועד א'

תאריך: 31.7.08

מרצים: נוגה אלון ואיריס גאבר

מתרגלים: סבטלנה אולונצקי ורני הוד

משך הבחינה: 3 שעות.

חומר עזר מותר: דף A4 אחד, כתוב משני הצדדים.

במבחן 6 שאלות. יש לענות על כולן.

- תשובות נכונות ומלאות על 5 מהשאלות יזכו אותך ב- 90 נקודות, ותשובות נכונות על כל השאלות ב- 100 נקודות.
- על התשובה לכל שאלה להופיע במסגרת המתאימה. יש להשתדל לקצר בהסברים, ולא לחרוג מן המסגרות שהוקצו להם.
- מחברת הבחינה משמשת כטיוטא בלבד, אך יש למסרה.
- ודאו היטב את תשובתכם לפני כתיבתה בטופס המבחן. בסוף הטופס מצורף זוג מסגרות נוסף, לשימוש במקרי "חירום".
- התשובה לכל שאלה העוסקת באלגוריתם צריכה להיות יעילה ככל האפשר, ומלווה בהסבר מתאים.
- בכל השאלות שמתייחסות לגרפים, אם לא מצוין אחרת, הכוונה לגרף פשוט (בלי לולאות ובלי קשתות מקבילות).

בהצלחה!

1	
2	
3	
4	
5	
6	

שאלה 1

נתון גרף לא מכוון $G=(V, E)$ המיוצג ע"י רשימות שכנות. תארו אלגוריתם יעיל ככל האפשר שימצא את המספר הקטן ביותר k כך שאפשר לכסות את כל הקשתות של G ב- k מסילות (לאו דווקא פשוטות) כשכל קשת מופיעה במסילה אחת בדיוק, וימצא גם k מסילות כאלה.

יעילות:

אלגוריתם והסבר:

שאלה 2

נתונים 3 גרפים לא מכוונים $G_3=(V, E_3)$, $G_2=(V, E_2)$, $G_1=(V, E_1)$ על אותה קבוצת צמתים V , כולם מיוצגים ע"י רשימות שכנות. נתונות גם שלוש פונקציות משקל $w_i: E_i \rightarrow \{1,2,\dots,|V|\}$, ונתונים עצים פורשים מינימליים $T_i=(V, E_i')$ עבור G_i , $1 \leq i \leq 3$. תארו אלגוריתם יעיל ככל האפשר שימצא עץ פורש מינימלי עבור הגרף $G=(V, E_1 \cup E_2 \cup E_3)$.

יעילות:

אלגוריתם והסבר:

שאלה 3

נתון גרף מכוון $G=(V, E)$ המיוצג ע"י רשימות שכנות עם פונקציות משקל חיובית $w : E \rightarrow \mathbb{R}^+$ ונתון $s \in V$. בנוסף, נתונה פונקציה $f : V \rightarrow \mathbb{R}$. תארו אלגוריתם יעיל ככל האפשר הבודק האם לכל $v \in V$ מתקיים $\delta(s,v)=f(v)$, כאשר $\delta(s,v)$ מסמן את המרחק הקצר ביותר מ- s ל- v בגרף.

יעילות:

אלגוריתם והסבר:

שאלה 4

א) הראו דוגמא לרשת זרימה אציקלית שבה קיבול כל קשת 1 ויש בה זרימה חוסמת שערכה 2 וזרימת מקסימום שערכה 10.

דוגמא והסבר:

ב) נתונה רשת זרימה $G=(V, E)$ עם מקור s ובור t שבה קיבול כל קשת 1 או 2. הוכיחו שמספר הפאזות של האלגוריתם של Dinic בריצה על רשת זו אינו עולה על $O(E^{1/2})$.

שאלה 5

נתונה תבנית $P=P[1]P[2]...P[m]$ מעל אייב סופי $\Sigma\cup\{*\}$ שמכילה בדיוק הופעה אחת של הסימן * (למשל: $ac*ba$). כמו כן נתון טקסט $T=T[1]T[2]...T[n]$ מעל האיב Σ . תארו אלגוריתם יעיל ככל האפשר שיקבע האם T מכיל מחרוזת כלשהיא שמתקבלת מ- P ע"י הצבת תת מחרוזות כלשהיא במקום * (למשל: הטקסט $dacdadabd$ מכיל את התבנית $ac*ba$ החל מהאות השניה).

יעילות:

אלגוריתם והסבר:

שאלה 6

שני שחקנים נבונים, A ו-B, משחקים במשחק הבא: נתונה סדרה של n מספרים שלמים מסודרים בשורה משמאל לימין. השחקנים משחקים לסירוגין כשכל אחד בתורו לוקח את המספר הימני ביותר או את המספר השמאלי ביותר. השחקן A משחק ראשון. בסיום המשחק, הערך עבור השחקן A הוא סכום המספרים שהוא בחר פחות סכום המספרים ש-B בחר. הערך עבור השחקן B הוא, באופן דומה, סכום המספרים שהוא בחר פחות סכום המספרים ש-A בחר. מטרת כל שחקן להשיג ערך מירבי; לכן, למשל, אם הסדרה ההתחלתית 1,3 והשחקנים משחקים אופטימלית אזי הערך עבור A הוא 2 והערך עבור B הוא -2, ואם הסדרה ההתחלתית היא 1, 8, 3 אזי הערך עבור A הוא -4 והערך עבור B הוא 4.

תארו אלגוריתם יעיל ככל האפשר שיחשב, בהינתן סדרה באורך n את ערך המשחק עבור השחקן A.

יעילות:

אלגוריתם והסבר: