

מבחן באלגוריתמים

סמסטר א' תשע"ב, מועד א'

תאריך: 11 ביולי 2012

מרצים: פרופ' נוגה אלון, רני הוד, אדם שפר

מתרגלים: רני הוד, שי ורדי

משך הבחינה: 3 שעות.

חומר עזר מותר: דף A4 אחד, כתוב משני הצדדים.

במבחן 5 שאלות. יש לענות על כולן.

- תשובות נכונות ומלאות על 4 מהשאלות יזכו אותך ב-90 נקודות, ותשובות נכונות ומלאות על כל השאלות ב-100 נקודות.
- על התשובה לכל שאלה להופיע במסגרת המתאימה. יש להשתדל לקצר בהסברים ולא לחרוג מן המסגרות שהוקצו להם.
- מחברת הבחינה משמשת כטיוטא בלבד ולא תיבדק, אך יש להגישה עם המבחן.
- ודאו היטב את תשובתכם לפני כתיבתה בטופס המבחן. בסוף הטופס מצורף זוג מסגרות נוסף, לשימוש במקרי "חירום".
- התשובה לכל שאלה העוסקת באלגוריתם צריכה להיות יעילה ככל האפשר, ומלווה בהסבר מתאים.
- בכל השאלות המתייחסות לגרפים, אם לא מצוין אחרת, הכוונה לגרף פשוט (בלי לולאות ובלי קשתות מקבילות). בנוסף, אם לא מצוין אחרת, כל גרף מיוצג ע"י רשימת שכנויות.

בהצלחה!

	1
	2
	3
	4
	5

שאלה 1

במסגרת האולימפיאדה בלונדון, תיערך בחודש הבא אליפות העולם בדוקים. מבנה התחרות הוא כדלקמן: לאחר כל משחק בין זוג שחקנים, המפסיד מודח והמנצח נשאר (אין תיקו). כשנשאר שחקן בודד הוא מוכרז כאלוף הדוקים. באצטדיון האולימפי אין מספיק שטח לשני משחקים בו-זמנית, ולפיכך המשחקים משוחקים אחד אחרי השני.

בתחרות מתמודדים n שחקנים, ביניהם השחקן הנודע אריק. בנץ הוא מהוועד האולימפי ותפקידו הוא להחליט על סדר המשחקים, כלומר: בתחילת התחרות ולאחר כל משחק (פרט למשחק הגמר), מכריז בנץ על שני המתמודדים בקרב הדוקים הבא.

בנץ צפה בתחרויות במהלך השנה ולכן ידועים לו m פרטי מידע מהצורה "תמיד השחקן x מנצח את השחקן y ". כמוכן שהמידע בידי בנץ קונסיסטנטי (לא ייתכן $x > y$ וגם $x < y$) אך אינו יודע מראש את תוצאות כל המשחקים האפשריים.

תארו אלגוריתם יעיל באמצעותו יכול בנץ להחליט האם באפשרותו לקמבן נצחון מובטח של אריק; במילים אחרות, עליו לבחור סדר משחקים כך שאריק יזכה בוודאות בכל המשחקים שהוא משתתף בהם (ובפרט ינצח בתחרות). אם כן, על האלגוריתם להחזיר את רשימת המשחקים הנ"ל.

יעילות:

אלגוריתם והסבר:

שאלה 2

נתונות שתי קבוצות של מספרים טבעיים $X, Y \subseteq \{1, 2, \dots, 100n\}$ כך ש- $|X| = 3n$ ו- $|Y| = 7n$.
תארו אלגוריתם יעיל שיבדוק האם יש תתי-קבוצות $A \subseteq X, B \subseteq Y$ לא ריקות כך ש- $|A| = |B|$
וכן סכום איברי A שווה לסכום איברי B .

יעילות:

אלגוריתם והסבר:

שאלה 3

נתון גרף מכוון $G = (V, E)$ עם פונקציית משקל $w : E \rightarrow \mathbb{R}$ ונתונים זוג צמתים $s, t \in V$. ידוע כי יש בדיוק 5 קשתות עם משקל שלילי, אך אין בגרף מעגל שלילי. תארו אלגוריתם יעיל שמחשב מסלול קל ביותר מ- s ל- t .

יעילות:

אלגוריתם והסבר:

שאלה 4

נתונה רשת זרימה $G = (V, E)$ מ- s ל- t עם קיבולים שלמים $c : E \rightarrow \mathbb{Z}_{\geq 0}$. תארו אלגוריתם יעיל שימצא האם יש ברשת חתך מקיבול מינימלי עם לכל היותר 100 קשתות.

יעילות:

אלגוריתם והסבר:

שאלה 5

נתונות מחרוזת טקסט $T = t_1 t_2 \dots t_n$ באורך n ותבנית $P = p_1 p_2 \dots p_m$ באורך m .
תארו אלגוריתם יעיל המחשב את מספר הזוגות (P_i, T_j) כך ש- P_i היא סיפא של T_j , עבור
 $i \leq j \leq n, 1 \leq i \leq m$.

תזכורת: עבור מחרוזת X , הרישא באורך k של X יסומן X_k .

יעילות:

אלגוריתם והסבר:

מסגרת "חירום" לשאלה מספר _____, סעיף _____:



מסגרת "חירום" לשאלה מספר _____, סעיף _____: