

## מבחן באלגוריתמים

סמסטר א' תשע"ב, מועד

### תאריך:

מרצים: פרופ' עמוס פיאט, פרופ' מיכה שריר

מתרגלים: שי ורדי, אדם שפר

משך הבחינה: 3 שעות.

חומר עזר מותר: דף A4 אחד, כתוב משני הצדדים.

במבחן 5 שאלות. יש לענות על כולן.

- תשובות נכונות ומלאות על 4 מהשאלות יזכו אותך ב-90 נקודות, ותשובות נכונות ומלאות על כל השאלות ב-100 נקודות.
- על התשובה לכל שאלה להופיע במסגרת המתאימה. יש להשתדל לקצר בהסברים ולא לחרוג מן המסגרות שהוקצו להם.
- מחברת הבחינה משמשת כטיוטא בלבד ולא תיבדק, אך יש להגישה עם המבחן.
- ודאו היטב את תשובתכם לפני כתיבתה בטופס המבחן. בסוף הטופס מצורפות שלוש מסגרות נוספות, לשימוש במקרי "חירום".
- התשובה לכל שאלה העוסקת באלגוריתם צריכה להיות יעילה ככל האפשר, ומלווה בהסבר מתאים.
- בכל השאלות המתייחסות לגרפים, אם לא מצוין אחרת, הכוונה לגרף פשוט (בלי לולאות ובלי קשתות מקבילות). בנוסף, אם לא מצוין אחרת, כל גרף מיוצג ע"י רשימת שכנויות.

### בהצלחה!

	1
	2
	3
	4
	5

## שאלה 1

נתונים גרף מכוון  $G = (V, E)$ , זוג קודקודים  $s, t \in V$  ופונקציית משקל על הקשתות  $w : E \rightarrow \mathbb{Z}$  (כלומר, כל המשקלים שלמים, ויתכנו משקלים שליליים). תארו אלגוריתם יעיל אשר בודק האם קיים מסלול במשקל אי זוגי מ- $s$  אל  $t$ .

יעילות:

אלגוריתם והסבר:

## שאלה 2

רישמו את התוכנית הלינארית המתאימה לבעיה הבאה ואת התוכנית הדואלית לה: נתונות  $n$  נקודות במישור  $(x_1, y_1), \dots, (x_n, y_n)$ . רוצים לצייר  $n$  מעגלים במישור כך שכל נקודה היא מרכזו של אחד המעגלים והמעגלים זרים בפנים שלהם (כלומר, אסור ששני מעגלים יחתכו ואסור למעגל להכיל מעגל אחר בתוכו; מותר לשני מעגלים להשיק זה לזה כל עוד אין להם נקודות משותפות בפנים שלהם). נקודה נחשבת כמעגל חוקי עם רדיוס 0 והיקף 0. בנוסף, על סכום היקפי המעגלים להיות גדול ככל האפשר.

שתי התוכניות הלינאריות:

### שאלה 3

הוכיחו או הפריכו את הטענות הבאות: עבור כל גרף לא מכוון  $G = (V, E)$  עם פונקציית משקל אי שלילית על הקשתות  $w : E \rightarrow \mathbb{R}^+$ , ועבור כל עץ פורש מינימלי  $T$  של  $G$ :

(i) לכל זוג קודקודים  $u, v \in V$  קיים מסלול קל ביותר בין  $u$  ו- $v$  אשר משתמש רק בקשתות מ- $T$ .

(ii) קיים זוג קודקודים  $u, v \in V$  כך שישנו מסלול קל ביותר בין  $u$  ו- $v$  שמשמש רק בקשתות מ- $T$ .

(iii) קיימים לפחות  $|V| - 1$  זוגות קודקודים  $u, v \in V$  כך שישנו מסלול קל ביותר בין  $u$  ו- $v$  אשר משתמש רק בקשתות מ- $T$ .

פתרון:

## שאלה 4

בקפיטריה של אקו ישנה קבוצה של  $n$  מגשי אוכל ריקים. עבור כל מגש נתונים האורך והרוחב שלו. ניתן למקם מגש  $b$  מעל מגש  $a$  אם האורך של  $a$  גדול מהאורך של  $b$  והרוחב של  $a$  גדול מהרוחב של  $b$ . ניתן לסובב מגש ב-90 מעלות על מנת שנוכל למקם אותו על מגש אחר, אך כל המגשים צריכים להיות מקבילים לצירים (כלומר, אסור לשים מגשים באלכסון, ואז סיבוב הוא כמו החלפה של האורך והרוחב). רוצים ליצור ערמה גדולה ככל האפשר של מגשים הנמצאים אחד על השני (אסור למגש להכיל שני מגשים ישירות עליו, זה לצד זה). תארו אלגוריתם יעיל לבעיה.

יעילות:

אלגוריתם והסבר:

## שאלה 5

נתונים רשת זרימה  $G = (V, E)$  וקשת  $e \in E$ . תארו אלגוריתם יעיל אשר בודק האם קיים ברשת חתך מינימלי אשר אינו מכיל את הקשת  $e$ .

יעילות:

אלגוריתם והסבר:

מסגרת "חירום" לשאלה מספר \_\_\_\_\_, סעיף \_\_\_\_\_:



מסגרת "חירום" לשאלה מספר \_\_\_\_\_, סעיף \_\_\_\_\_:





מסגרת "חירום" לשאלה מספר \_\_\_\_\_, סעיף \_\_\_\_\_:

