

מבחן באלגוריתמים

סמסטר א' תשס"ח, מועד א'

תאריך: 4.4.08

מרצה: מיכה שריר

מתרגלת: סבטלנה אולונצקי

משך הבחינה: 3 שעות.

חומר עזר מותר: דף A4 אחד, כתוב משני הצדדים.

במבחן 6 שאלות. יש לענות על כולן.

- תשובות נכונות ומלאות על 5 מהשאלות יזכו אותך ב- 90 נקודות, ותשובות נכונות על כל השאלות ב- 100 נקודות.
- התשובה לכל שאלה מורכבת מכמה חלקים, שעל כל אחד מהם להופיע במסגרת המתאימה. יש להשתדל לקצר בהסברים, ולא לחרוג מן המסגרות שהוקצו להם.
- מחברת הבחינה משמשת כטיוטא בלבד, אך יש למסרה.
- ודאו היטב את תשובתכם לפני כתיבתה בטופס המבחן. בסוף הטופס מצורף זוג מסגרות נוסף, לשימוש במקרי "חירום".
- התשובה לכל שאלה העוסקת באלגוריתם צריכה להיות יעילה ככל האפשר, ומלווה בהסבר מתאים.
- בכל השאלות שמתייחסות לגרפים, אם לא מצוין אחרת אז הכוונה לגרף פשוט (בלי לולאות ובלי קשתות מקבילות).

בהצלחה!

שאלה 1

נתון גרף מכוון וקשיר $G=(V, E)$ עם משקלות חיוביים על הקשתות, המיוצג ע"י רשימות שכנות. לכל $t > 0$ נגדיר את $E(t)$ להיות קבוצת הקשתות שמשקלן הוא לכל היותר t . תארו אלגוריתם יעיל ככל האפשר המחשב את t המינימלי עבורו $G(t) = (V, E(t))$ הוא קשיר.

יעילות:

אלגוריתם:

הסבר:

שאלה 2

- א) יהא $G=(V, E)$ גרף מכוון וחסר מעגלים, המיוצג ע"י רשימות שכנות, עם משקלות על הצמתים. תארו אלגוריתם יעיל ככל האפשר המחשב לכל צומת u את סכום המשקלות של הצמתים הנגישים מ- u (כולל u עצמו)
- ב) פתרו את הבעיה כאשר G גרף מכוון אשר יכול להכיל מעגלים.

א) אלגוריתם, הסבר ויעילות:

ב) אלגוריתם, הסבר ויעילות:

שאלה 3

נתונה סדרת מספרים ממשיים X_1, X_2, \dots, X_n . תארו אלגוריתם יעיל ככל האפשר המחשב לכל אינדקס j את מספר התת-סדרות העולות ממש המסתיימות ב- x_j . (תת-סדרה עולה ממש היא תת-סדרה $X_{a_1}, X_{a_2}, \dots, X_{a_i}$, כאשר $a_1 < a_2 < \dots < a_i$, המקיימת $X_{a_1} < X_{a_2} < \dots < X_{a_i}$. היא מסתיימת ב- x_j אם $a_i = j$.)

יעילות:

אלגוריתם:

הסבר:

שאלה 4

נתונות m מכונות ו- n משימות. לכל משימה i יש רשימה של מכונות שהיא יכולה להתבצע עליהן. זמן ריצה של כל משימה 5 דקות. בהנתן השמה של המשימות למכונות (כל משימה משויכת למכונה מסוימת), העומס על מכונה j , L_j , הוא סכום זמני הריצה של כל המשימות שמשויכות למכונה j ($L_j = \sum_{i \in j} 5$). יהא makespan העומס המקסימלי של המכונות ($\text{makespan} = \max_j L_j$). תארו אלגוריתם יעיל ככל האפשר שמוצא השמה של כל המשימות למכונות ומביא למינימום את ה- makespan .

יעילות:

אלגוריתם:

הסבר:

שאלה 5

יהא $G=(V, E)$ גרף מכוון עם משקלות חיוביים על הקשתות, המיוצג ע"י רשימות שכנות. הגרף מייצג מפת כבישים, כשמשקל כל קשת הוא אורך הכביש שהיא מייצגת. בחלק מהצמתים נמצאות תחנות דלק. תארו אלגוריתם יעיל ככל האפשר המוצא לכל צומת בגרף תחנת דלק הכי קרובה ואת המרחק אליה.

יעילות:

אלגוריתם:

הסבר:

שאלה 6

תארו אלגוריתם יעיל ככל האפשר שבודק, בהינתן שתי מחרוזות S,T באורך n כל אחת, האם T היא הזזה ציקלית של S (לדוגמא car ו-arc הן הזזות ציקליות אחת של השניה).

יעילות:	
אלגוריתם:	הסבר: