

## פתרון תרגיל 9 במשחקים לא שיתופיים

א.

נקודה מתאימה היא הנקודה בה השחקן השני משחק:  $Y$  ו  $L$  והשחקן הראשון משחק בצומת השמאלי  $B$  ובצומת הימני  $T$ .  
הבחירה של השחקן השני ב  $Y$  וב  $L$  היא בחירה טובה ביותר מול כל התנהגות של השחקן הראשון. בפרט היא תגובה טובה ביותר מול כל מעורבת לחלוטין ששואפת להתנהגות של הראשון בנקודה עצמה.  
גם הבחירות האלה של הראשון הן טובות ביותר מול כל אסטרטגיה של השני.

ב.

נקודה מתאימה היא הנקודה בה השני משחק  $R$  ו  $Z$  והשחקן הראשון משחק בשני הצמתים  $T$ .  
לראשון לא כדאי באף צומת לסטות ל  $B$ . מכיוון שבמהלכי  $B$  הוא יקבל ממש פחות מאשר במהלכי  $T$ , אז גם אם השני סוטה קצת, עדיין גם מול סטיות של השני ששואפות לאפס, לא כדאי לראשון לסטות.  
כדי שהמהלך  $Z$  יהיה אופטימלי מול סטיות קטנות של הראשון, צריך שהסטייה בצומת התחתון תהיה גדולה לפחות כפליים מהסטייה בצומת העליון. זה כמובן אפשרי. המהלך  $R$  הוא טוב ממש מהמהלך  $L$  עבור כל אסטרטגיה של הראשון שהיא קרובה מספיק לטהור שבו הוא משחק  $T$  ו  $T$ .

ג.

נניח ש  $P_G \leq P_B$ : נצביע על נקודה בה השחקן הראשון משחק  $L$  בשני הצמתים והשחקן השני משחק  $S$  בצומת השמאלי ו  $E$  בצומת הימני.

בנקודה זו המהלכים של השחקן הראשון הם עדיפים ממש על האלטרנטיבים.  
לגבי השחקן השני, בצומת הימני, כל עוד מדובר בחלק העליון בסיכוי של לא פחות מחצי, אז לא כדאי לו

לשנות את התנהגותו, לכן נדאג שבסטייה של הראשון בחלק העליון תהיה גדולה בלפחות פי  $\frac{P_B}{P_G}$

מסטייתו בחלק התחתון.

לגבי הצומת השמאלי שלו, כל עוד הסיכוי שנמצאים בחלקה התחתון אינו נופל מהסיכוי שנמצאים בחלקה העליון אז לא כדאי לשנות את בחירתו בצומת זה.

כל אלה מראים שבכל סביבה קרובה של נקודת שיווי המשקל יש אסטרטגיות מעורבות לחלוטין ששמרות את ההתנהגות של השחקנים בנקודה.

נניח ש  $P_B < P_G$ : נשים לב שבמצב זה אין אפילו שיווי משקל נאש באסטרטגיות טהורות.

נצביע על נקודה שהיא שיווי משקל נאש ונראה אחר-כך שהיא פרפקטית. כדי ליצור אדישות של השחקן

השני, השחקן הראשון ישחק בצומת התחתון טהור  $L$  ובצומת העליון בהסתברות  $\frac{P_B}{P_G}$  הוא ישחק  $L$ .

כדי ליצור אדישות של הראשון בצומת העליון, השחקן השני ישחק בצומת השמאלי  $S$  בסיכוי  $\frac{1}{7}$

וישחק  $E$  בצומת הימני. זהו שיווי משקל נאש.

לשחקן השני עדיפה ממש הבחירה ב  $E$  בצומת הימני.

השחקן השני אדיש בצומת השמאלי כל עוד יש סיכויים שווים לחלקה העליון ולחלקה התחתון.

תחת בחירה זאת של השחקן השני, בצומת התחתון השחקן הראשון מעדיף ממש את  $L$ .

כל עוד ההפרש בין ההסתברויות שהשחקן השני בוחר ב  $S$  בצומת השמאלי לבין ההסתברות שהוא בוחר ב

$S$  בצומת הימני הוא  $\frac{1}{7}$ , אז השחקן הראשון יהיה אדיש בצומת העליון.

כל אלה מראים שבכל סביבה קרובה של נקודת שיווי המשקל יש אסטרטגיות מעורבות לחלוטין ששמרות את ההתנהגות של השחקנים בנקודה.