

חלק 1

1. (א) פתאליצב פכיקה, למשל אין קב מעברים ממזבים 1 ו 2
 ממזבים אוקים, קשורת סופית אין אל פזם מזבים נגזים אלס.

יפיו a_i - פס"ז ממזב ו המחלקה $\{6,7\}$

$$\begin{cases} a_5 = \frac{1}{2}a_4 + \frac{1}{2} \cdot 1 \\ a_4 = \frac{1}{2}a_3 + \frac{1}{2}a_5 \\ a_3 = \frac{1}{2} \cdot 0 + \frac{1}{2}a_4 \end{cases} \implies a_5 = \frac{3}{4}$$

פזרה אפר עכטר את פמערב ק קצור אל מחזנס שגזלם

שקלי סמלכך מתק"ס $a_4 = \frac{1}{2}$, המחלקה $\{6,7\}$ מתק"ס

$$\begin{cases} \pi_6 + \pi_7 = 1 \\ \pi_6 = \frac{1}{2}\pi_6 + \frac{1}{4}\pi_7 \end{cases}$$

עכ $\pi_6 = \frac{1}{3}$. המחלקה אל מחזניה עכ מתק"ס:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} p_{5,6}^{(n)} = a_5 \cdot \pi_6 = \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{4}$$

2. (א) זב אלכ ע $1 - a_3$ כאל a_3 פטל מפטאלה בקוצנת.
 (זגלם מחלכ פסוקות זב סמלכ ע הפסוקות
 ע פז"ז ממזב 5 המחלקה $\{6,7\}$.)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} p_{3,7}^{(n)} = a_3 \cdot \pi_7 = \frac{2}{4} \cdot \frac{2}{3} = \frac{1}{6} \quad (3)$$

4. (ג) יש שני מחלקות אל פכיקות של ממזבים נשנס תולית. זבל מחלקה
 יש וקטור פסתכנויות סלזוני, כל קואורנצב של שני פקטוקים פאלה
 פטל ש וקטור סלזוני. עכ יש זבל (ותר ממזב ק מלכ) אל וקטור
 סלזוני.

מזב 3 פטל חולל עכ זבל וקטור סלזוני מתק"ס $\pi_3 = 0$.

חלק 2

5. (א) רק עבור $\alpha = \frac{1}{2}$ תחלת מספר פאזיטיוו קטן שירות פ"א 1 ופשית פ"א שנת אפס.

6. (ג) $P_{3,0} = \frac{1}{4}$, $P_{2,0} = \frac{1}{4}$ ועבור כל i אחר $P_{i,0} = 0$

$$\pi_0 = \frac{1}{4} \cdot \pi_1 + \frac{1}{4} \pi_0 \implies \pi_0 = \frac{1}{3} \pi_1$$

אם כל ק"מ וקטור סטנדרטי אז עבור כל i : $\pi_i = 0$ וק' עם מתקיים.

7. (ד) עבור $\alpha = \frac{5}{8}$ פשוט פ"א דלת פריקה ונשתח'לית

עבור $3 \geq h$ ממזבזים $\{1, \dots, h-1\}$ יש מערך ממזבזים $\{h, h+1, \dots\}$ רק ממזבז $h-1$ קבועות

$\frac{3}{4} - \frac{5}{8} = \frac{1}{8}$ ממזבזים $\{h, h+1, \dots\}$ יש מערך ממזבזים $\{1, \dots, h-1\}$

רק ממזבז h קבוע $\frac{1}{4}$. מכיון שטווח אינסופי יש אופרה

קבועות ממזבזים שני פולונטים אז $\pi_h = \frac{1}{2} \pi_{h-1}$.

פ"א פ"א מתקיימת עבור $h=2$ כי דמקה צב יש מערך

עם ממזבז 0 ממזבז 2 (בהנחה שש' שש' ק'ח'צת ממ' מס'מת

אשר רק ע'צ'ן פ"א מס'רת ק'ח'צת ממ' ט).

8. (3) תחלת מספר פאזיטיוו קטן שירות פ"א

$$\pi_0 = 1 - \frac{7}{8} = \frac{1}{8}, \quad \frac{5}{8} \cdot 1 + \frac{1}{8} \cdot 2 = \frac{7}{8}$$

9. (ג) עזמת זכס פתג'עס קין 1 א 2 פטל $\int_1^2 2t dt = 3$. $K \sim P(3)$

10. (א) פפסתרות שקין ס t_1 וקין $t_1 + h$ א 2 פטל
 י'עו וקין t_1 א $t_1 + h$ י'ע אקז מתעפת אקז
 $e^{-t_1^2} \cdot 2 \times h \cdot e^{-(2-t_1-h)^2} \approx e^{-4} \cdot 2 \times h$

פפסתרות פחותה ק פנת $\frac{e^{-4} \cdot 2 \times h}{e^{-4} \cdot h} = \frac{2 \times h}{h} = 2$
 אקז מתעפת ק $\frac{2 \times h}{h} = 2$ קז אטל אט פפסות
 נפאל אט h אטל אקז ק h וקז אטל אט פפסות
 ק'עו אט שקל מקרה פ"ע זכ'זס אקז אטל אט פפסות
 א'פ א ס 2 פטל 1.

11. (ג) פפסתרות שקין t_1 א $t_1 + h$ י'פ אקז וקין $t_1 + h$
 א 2 י'פ אקז אטל אק, אק א י'פ אקז קין ס t_1
 מתעפת ק
 $e^{-t_1^2} \cdot 2 t_1 \cdot h \cdot (4 - t_1^2) \cdot e^{-(4 - t_1^2)}$
 (נאט אטת פתאק קין t_1 א $t_1 + h$ פטל $4 - t_1^2$)
 שק נאט פפסתרות מתעפת
 $\frac{e^{-t_1^2} \cdot 2 t_1 \cdot h \cdot (4 - t_1^2) \cdot e^{-(4 - t_1^2)}}{e^{-4} \cdot \frac{4^2}{2}}$
 נפאל אט h אטל אקז וקז ק h וקז אטל אט פפסות
 $\frac{1}{4} t_1 (4 - t_1^2)$

12. (ג) אקז אקז כק קיה. זרוס אטל י'פ אקז אט, אסבר
 פאקז אטל אטל $P(3)$. אטל אקז אטל e^{-3}

13. (ד) ממזג 3 יש מעקרים למזגים 2 ו 4, סבוב עזמות
 פמאקרים פטל 1+ה. פמאקרים פטל איכוא פטל
 $e^{-(1+h)}$ פמאקרים פטל 3 עז 1

14. (כ) עקור $1 \geq h$ יש סתם למין ולעקור $1=h$ התהלק פטל
 נעב אק גמאט זמן פתבה למזג מעזמו פטל ∞

15. (ג) נסתבם עז חתבים שונים: עקור $1 \geq h$ מתקיים
 $\prod_{h+1} \cdot 1 = \prod_h$
 עקור מזב 1 מתקיים $\prod_0 = \prod_1$
 $\prod_0 \left(1 + \sum_{h=1}^{\infty} h^h \right) = 1$

ונקרא $h=1-\prod_0$, עז $h = \frac{3}{4}$

16. (כ)

17. (ג) תוחלת מספר הצלחות של כל פרט בלבד
 $\frac{1}{3} \cdot 1 + \frac{1}{3} \cdot 3 > 1$
 סכום הסיכויים הפחותים קטן מ-1
 סכום הסיכויים הפחותים גדול מ-1
 הפונקציה המשותפת של הסיכויים הפחותים
 $x^3 - 2x + 1 = 0$ הפונקציה המשותפת של הסיכויים הפחותים
 $x = 1$ הפונקציה המשותפת של הסיכויים הפחותים
 אחרת הפונקציה המשותפת של הסיכויים הפחותים
 $x^2 + x - 1 = 0$ הפונקציה המשותפת של הסיכויים הפחותים

18. (א) כפי הסתברות שלמה נקרא
 $P(X_2=0 | X_1=1) = \frac{1}{3} \cdot 1 + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} + \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^3 = \frac{37}{81}$
 קצת נוספת: נחש את הפונקציה המשותפת של X_2
 הפונקציה המשותפת של X_2 היא
 $\frac{1}{3} + \frac{1}{3} \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{3}x + \frac{1}{3}x^3\right) +$
 $+\frac{1}{3} \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{3}x + \frac{1}{3}x^3\right)^3$
 הפונקציה המשותפת של X_2 היא
 הפונקציה המשותפת של X_2 היא
 הפונקציה המשותפת של X_2 היא
 הפונקציה המשותפת של X_2 היא

19. (ג) מתקיים:
 $b = \frac{P(X_3=0, X_1=1)}{P(X_3=0)}$
 $P(X_3=0, X_1=1) = \frac{1}{3} P(X_2=0, X_1=1) = \frac{1}{3} a$
 $P(X_3=0) = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} a + \frac{1}{3} a^3$
 $b = \frac{a}{1+a+a^3}$
 הפונקציה המשותפת של X_3 היא

20. (ג) נבדוק תחילה הסתברות גז תוחלת מספר הצלחות של כל פרט
 פרט אחד הוא 1. נשמש גרסה אחת של
 של מספר הצלחות גז תוחלת מספר הצלחות של כל פרט