

בתרון הקחינה N 12/7/04

על פי 1  
מטריצת המעבר היא:

$$\begin{pmatrix} (1-\alpha)^2 & \alpha^2 & 2\alpha(1-\alpha) \\ \alpha^2 & (1-\alpha)^2 & 2\alpha(1-\alpha) \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

מלבד 3 פואל פמכה שבו פחסע כקר הסת"ם ושנ' פמכ"ם פמכ"ם מ"צ"ם מ'קום של פצק"ש ופצק"ק דפ"ות שונות, במכ"ם קדם ע"צ"ן שרפ"ם נמכ"ם דפ"ות שונות, שרפ"ם נמכ"ם דפ"ות שרפ"ם דפ"ות שרפ"ם דפ"ות שרפ"ם  $(1-\alpha)^2$  ופ"ם מחס"ם פ"ות קפמכ"ות  $\alpha^2$ . אם קצ"ק אכ"ז מפ"ם מחס"ם פ"ות א"כ פחסע מסת"ם. ק"כ ש"ז א"כ מספר ז"ג של פמכ"ם פ"ם יחס"ו פ"ות וק"ת פמכ"ם פ"ם יס"רו דפ"ות שרפ"ם קס"ם ש"כ ע"ז א"כ א"כ קצ"ק אכ"ז מפ"ם יס"רו דפ"ות שרפ"ם יס"רו א"כ יס"רו.

$$\begin{aligned} & \left( (1-\alpha)^2 + \alpha^2 \right)^n \stackrel{\text{דפ" ק"מ}}{=} \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} \left( (1-\alpha)^2 \right)^{n-k} \cdot (\alpha^2)^k \quad (*) \\ & \left( (1-\alpha)^2 - \alpha^2 \right)^n \stackrel{\text{דפ" ק"מ}}{=} \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} \cdot \left( (1-\alpha)^2 \right)^{n-k} \cdot (-\alpha^2)^k = (***) \\ & = \sum_{\substack{k=0 \\ \text{ז"ג } k}}^n \binom{n}{k} \left( (1-\alpha)^2 \right)^{n-k} \cdot (\alpha^2)^k - \sum_{\substack{k=0 \\ \text{ז"ג } k}}^n \binom{n}{k} \left( (1-\alpha)^2 \right)^{n-k} \cdot (\alpha^2)^k \end{aligned}$$

ע"ז-י"ז ח"ק"ר פמכ"ות פ"ה"ש"פ ופ"ש"פ וח"ק"ר ק"ג נק"ת א"ת פ"ה"ש"פ ש"מ"ר ז"ג של פמכ"ם שרפ"ם יחס"ו פ"ות וק"ת פמכ"ם שרפ"ם יס"רו דפ"ות שרפ"ם:

$$\sum_{\substack{k=0 \\ \text{ז"ג } k}}^n \binom{n}{k} \cdot \left( (1-\alpha)^2 \right)^{n-k} \cdot (\alpha^2)^k = \frac{\left( (1-\alpha)^2 + \alpha^2 \right)^n + \left( (1-\alpha)^2 - \alpha^2 \right)^n}{2}$$

ג. גורם שלם כזה אף קייב לכל הסת"ם יש הסתברות  $(1-\alpha)^2$   
 שהצ'ב סת"ם מ'צ דלגה פטל. מספר התקופות מתבטל  
 $G(2\alpha(1-\alpha))$  וסך פטל דלגה תלחשת  $\frac{1}{2\alpha(1-\alpha)}$ .

טבלה 2

גבילק את פטלגה. נסתבם על ששת מחקד  $\{1,2,3\}$   
 דלגת מרוד המצ'ים  $\{1,2,3\}$  ודלגת מטל'בת פמאדרי:  

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

נסתבם על פתלוקה לטת קדצות של מצ'ים  $\{1,2\} = I_0$ ,  
 $I_1 = \{3\}$ . אם נמצאים כהר שני מצ'ים רצפים  
 דקדוצה  $\{1,2\}$  אז דרור סאל קמנה 2 ודרור גלעצ  
 פטל נעצק את הפקדונה. אם נמצאים דקדוצה  $\{1,2\}$   
 רק מצ' אחד דרצבות אז דרור שמשק סכ'ות דקדוצה  
 גם דלגה פטל.

$$\begin{aligned} P(X_{n+1} \in I_0 \mid X_n \in I_0, X_{n-1} \in I_0) &= \\ &= P(X_{n+1} \in \{1,2\} \mid X_n=2, X_{n-1}=1) = 0 \neq 1 = \\ &= P(X_{n+1} \in \{1,2\} \mid X_n=1, X_{n-1}=3) = \\ &= P(X_{n+1} \in I_0 \mid X_n \in I_0, X_{n-1} \in I_1) \end{aligned}$$

סכ'ן פמנה פלכשו דתהל'ק  $\{1,2\}$  לטל מסק את  
 כ' פל'עלמנה פל'עלמנה סכ'ות סכ'ות. ערט של  $X_{n-1}$  מוס'ם  
 א'עלמנה רל'ע'ית. לטל דתהל'ק  $\{1,2\}$  א'על ששת  
 מחקד.



1. כאן פריסת הנתונים לפי חוק בינומי.  $n$  - מספר ניסויים,  $k$  - מספר הצלחות.

$$\binom{n}{k} \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k}$$

כאן  $n$  - מספר ניסויים,  $k$  - מספר הצלחות.  $p$  - ההסתברות להצלחה בנסוי אחד.  $1-p$  - ההסתברות להפסד בנסוי אחד.  $\sum_{k=0}^n \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k} = 1$  (כל הסיכויים יחדיו הם 1).

שאלה 4

קצה השרשרת הקדום בטל  $n$  וקצה פחות  $n$  בטל

מתקיים:

$$\mu_{i,0} = -n, \mu_{i,1} = n$$

עבור  $i \geq 1$ :

$$\mu_{i,0} = -n + \mu_{i-1,0}, \mu_{i,1} = n + \mu_{i-1,1}$$

כל יתר אקרה פירוש האינדקסים האינסופיים הם אפס.

שאלה 5

א. לראות יתכן. מכל מצב  $i$ ,  $i > 0$  קבוצת צוקלים למצב  $i-1$  לאחר זמן סופי, אם מכל מצב  $i$  מניעים דאגות של מצב  $0$ . אם מצב  $0$  הוא שעה. השמחה היא דלת פבוקה. אם דלת שעות היא תכונה מתקנת אז כל המצבים הם שנים.

ב. יתכן. נניח  $i=1$  ו  $m=1$ . ממצב  $0$  מניעים למצב מהמצבים האחרים. יש כולן תכונות קין משתנים מצדדים מניעים למצב  $i$  קבוצות

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k(k+1)} = \frac{1}{i(i+1)}$$

מספר הצדדים לחציה למצב  $0$  צדק מצב  $i$  הוא  $i+1$ . אם תלחת מספר הצדדים לחציה ממצב  $0$  למצב  $0$  היא

$$\sum \frac{1}{i(i+1)} \cdot (i+1) = \sum \frac{1}{i} = \infty$$

אם אין התבטלות גדולות בזמן הקפוצות, קדם מצב שופים זמן דלת תלחת  $1$  צד צד'דלת. אם גם תלחת הזמן צד חציה  $0$  היא  $\infty$ . אם מצב  $0$  אינו שעה חול' וכן כל המצבים אינם שנים חולות.

ג. יתכן. נבחר את אולט  $i=1$  שיהיה דסצ'ה  $0$ , אם יש את אולט התבטלות של מספר הקפוצות צד חציה  $0$ . אם אין התבטלות גדולות בזמן הקפוצות, נקדע שתלחת זמן השפחת קמצב  $i$  צד מעדד למצב  $i-1$  תב'ה  $0.5$ . אם מכל מצב תב'ה תלחת זמן החציה למצב  $0$  קטנה  $\sum 0.5^i = 2$ , אם יש תלחת זמן סופית לחציה למצב  $0$  ומצב  $0$  הוא שעה חול'.

ד. יתכן. נבחר את אולט משהיה דסצ'ה  $0$ , כך שכל מקרה תב'ה תלחת זמן סופית צד חציה  $0$ . נבחר את  $0$  שיהיה איש  $0.5$ , אז ההסתברות שמצב  $0$  יש צד למצב  $i$  תב'ה:

$$\sum_{k=1}^{\infty} 0.5^k \cdot \frac{1}{k(k+1)}$$

(שאר תוצאות בין זרימים פואסונים)  
 המונה  $M$  שלף אליהם קדום  $M$  (טור ששטל עליה טור  
 ג'אומטרי) המונה קטן  $M$   $0.5^i$  עם המנה קטנה  $M$   
 $\frac{0.5^i}{M}$  שאר מהעק ממנה  $0$  ישירות ממנה  $i$  וחזרה  
 לוקח  $(i+1)$  זעזים ומתקיים  $\sum_{i=1}^{\infty} \frac{0.5^i}{M} < \infty$

עם תחילת מספר פזעזים עצ חזרה  $0$  הוא סוף.  
 ממנה  $0$  ניתן להגיע ישירות ממנה  $1$   $1$   $2$  עם נתון  
 חזרה אליו בין היתר  $2$   $3$   $4$   $5$   $6$   $7$   $8$   $9$   $10$   $11$   $12$   $13$   $14$   $15$   $16$   $17$   $18$   $19$   $20$   $21$   $22$   $23$   $24$   $25$   $26$   $27$   $28$   $29$   $30$   $31$   $32$   $33$   $34$   $35$   $36$   $37$   $38$   $39$   $40$   $41$   $42$   $43$   $44$   $45$   $46$   $47$   $48$   $49$   $50$   $51$   $52$   $53$   $54$   $55$   $56$   $57$   $58$   $59$   $60$   $61$   $62$   $63$   $64$   $65$   $66$   $67$   $68$   $69$   $70$   $71$   $72$   $73$   $74$   $75$   $76$   $77$   $78$   $79$   $80$   $81$   $82$   $83$   $84$   $85$   $86$   $87$   $88$   $89$   $90$   $91$   $92$   $93$   $94$   $95$   $96$   $97$   $98$   $99$   $100$   
 הפשוט הדגש בקרה הוא לא מחזרית ויש התפלגות  
 גדולות בזמן הקפילות.

ייתכן נדור את אולם ג' שדורנו קסעיל הקוצים בק תבה  
 תחילת מספר פזעזים עצ חזרה אלפס סוף.  
 בעת נקדע שתחילת הפזעזים עצ מעלה ממנה  $i$  ממנה  $i-1$  תבה  
 $3$  שאר ההסתברות אפג'ע ממנה  $0$  ישירות ממנה  
 $i$  תבה  $\frac{0.5^i}{M}$  כאשר  $M$  הוא קדום כפי  
 חזרה ממנה  $i$  ממנה  $0$  זבוק אעקור  $i$  אליה שיק  
 פואסון גדולה יש תחילת  $3$  לכן תחילת זמן החזרה  
 ממנה  $i$  ממנה  $0$  זעזים  $M$   $3$   $\frac{0.5^i}{M}$

מתקיים  $\sum_{i=1}^{\infty} \frac{0.5^i}{M} < \infty$  עם תחילת זמן  
 פזעזים ממנה  $0$  אעזמו הוא  $\infty$  ולא פשוט אין התפלגות  
 גדולות.