

פתרון תרגיל 11 במבוא לתהליכים סטוכסטיים

שאלה 1

יהי $y(t)$ - תוחלת מספר הפרטים בזמן t .

$$y'(t) = \lambda - \mu y(t)$$

הפתרון הכללי הוא

$$y(t) = \frac{\lambda}{\mu} + ce^{-\mu t}$$

כדי לעמוד בתנאי ההתחלה שהוא $y(0) = 1$ צריך להתקיים:

$$c = \frac{\mu - \lambda}{\mu}$$

ולכן נקבל פתרון

$$y(t) = \frac{\lambda}{\mu} + \frac{\mu - \lambda}{\mu} e^{-\mu t}$$

שאלה 2

א. לא, התפלגות זמן השרות תלויה בעבר. אם ידוע שבעבר היו באיזושהי נקודת זמן, יותר צרכנים במערכת אז השרות עובד בקצב ממוצע מהיר יותר.

ב. כן, וקטור זה של משתנים מקריים נותן לנו את כל האינפורמציה הנחוצה להמשך. השרשרת מוגדרת עבור המצבים שבהם $X(t) \leq \mu(t)$. עבור כל $k > j$ ממצב (j, k) יש מעבר למצב $(j+1, k)$ בעצמה 1. עבור כל $k = j$ יש מעבר ממצב (j, k) למצב $(j+1, k+1)$ בעצמה 1. עבור כל (j, k) יש מעבר למצב $(j-1, k)$ בעצמה k . אברי האלכסון בכל שורה שווים כמובן למינוס סכום יתר האיברים שבאותה שורה.

ג.ד. כאשר נמצאים בזמן מסוים במצב עם עצמת שירות מסוימת אז מספר המצבים עם עצמת שירות זאת הוא סופי ותמיד יש מסלול למצבים עם מספר שיא חדש של לקוחות במערכת. בשרשרת סופית אי-פריקה, תמיד מגיעים באיזושהו שלב לכל מצב, לכן תמיד נגיע לעצמת שירות שהיא שיא חדש. לכן עצמת השירות תשאף ל ∞ וכאשר זרם המגיעים נשאר קבוע, אז פרופורצית זמן השהות במצב $(X(t) = 0)$ תשאף ל 1. אך כאמור בכל קצב קיים נשבור כל שיא קצב באיזושהו שלב, לכן גם נעלה ממצב של צרכן אחד במערכת למצב של שני צרכנים במערכת ∞ פעמים. הערה: ככל שיתמשך התהליך יקח יותר זמן בממוצע להשיג שיא חדש. השיאים יהיו יותר גדולים וגם השירות יעשה יותר מהיר.