

מבוא לתהליכים סטוכסטיים / תרגיל 1

שאלה 1

מבצעים סדרת הטלות בלתי תלויות של קוביה תקינה. יהי X_n - סכום התוצאות ב n ההטלות הראשונות, יהי Z_n - שארית החלוקה של X_n ב 5. הציגו את מטריצת המעבר של התהליך $\{Z_n\}_{n=1}^{\infty}$. מיינו את מצבי שרשרת זו (למצבים חולפים ונשנים ולמחלקות קשירות של נשנים).

שאלה 2

נתונה שרשרת מרקוב בעלת מרחב המצבים $\{1,2,\dots,8\}$ ומטריצת מעבר

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	1	0	0	0	0	0	0	0
2	0	0.8	0.2	0	0	0	0	0
3	0	0.1	0.2	0.2	0	0	0.5	0
4	0	0	0	0	1	0	0	0
5	0	0	0	0.4	0.6	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0.8	0	0.2
7	0	0	0	0	0	0	0	1
8	0	0	0	0	0	0	1	0

מיינו מצבי השרשרת (למצבים חולפים ונשנים ולמחלקות קשירות של נשנים).

שאלה 3

נסתכל על תהליך סטוכסטי $\{X_n\}_{n=0}^{\infty}$ ועל התהליכים הסטוכסטיים $\{Y_n\}_{n=0}^{\infty}$ ו $\{Z_n\}_{n=0}^{\infty}$ כאשר עבור כל n , $0 \leq n < \infty$, מתקיים $Z_n = X_n + Y_n$, $Y_n = X_{n^2}$. (האינדקסים יצאו קטנים אז נרשום שלמשל $Y_2 = X_4$ ו $Y_8 = X_{64}$) בכל אחד מהסעיפים הבאים, תנו דוגמא לקיום התנאים המתוארים.

- א. $\{X_n\}_{n=0}^{\infty}$ הוא שרשרת מרקוב הומוגנית, $\{Y_n\}_{n=0}^{\infty}$ הוא שרשרת מרקוב הומוגנית.
- ב. $\{X_n\}_{n=0}^{\infty}$ אינו שרשרת מרקוב הומוגנית, $\{Y_n\}_{n=0}^{\infty}$ אינו שרשרת מרקוב הומוגנית.
- ג. $\{X_n\}_{n=0}^{\infty}$ אינו מרקובי, $\{Y_n\}_{n=0}^{\infty}$ הוא שרשרת מרקוב הומוגנית.
- ד. $\{X_n\}_{n=0}^{\infty}$ הוא שרשרת מרקוב הומוגנית, $\{Y_n\}_{n=0}^{\infty}$ אינו שרשרת מרקוב הומוגנית.
- ה. $\{X_n\}_{n=0}^{\infty}$ הוא מרקובי אך לא הומוגני בזמן, $\{Y_n\}_{n=0}^{\infty}$ הוא שרשרת מרקוב הומוגנית.
- ו. $\{X_n\}_{n=0}^{\infty}$ הוא שרשרת מרקוב הומוגנית, $\{Y_n\}_{n=0}^{\infty}$ הוא שרשרת מרקוב הומוגנית, $\{Z_n\}_{n=0}^{\infty}$ אינו שרשרת מרקוב הומוגנית.