

מבוא לתהליכים סטוכסטיים/ תרגיל 10

הנחיות להגשת התרגיל

אני אסרוק את התרגילים הבדוקים ואשלח אותם לתלמידים בדואר אלקטרוני. אני גם אחפש סידור להחזיר את התרגילים עצמם (אולי בשיעורי חזרה). אנא, כתבו את התרגילים בעט (רצוי בצבע כהה). אני מבקש שבראש כל עמוד ולא רק בעמוד הראשון תרשמו את שמכם. אם אתם מגישים תרגיל על יותר מדף אחד, אז אנא, אם אפשר, הגישו בשקית ואל תשדכו את הדפים.

שאלה 1

נתונה מערכת תור עם שרת אחד ואינסוף מקומות המתנה. לתחנה מגיעים צרכנים בזרם פואסוני בעל עצמה 1. שירות של כל צרכן לוקח בדיוק יחידת זמן אחת. נסתכל על התהליך $X(t)$ של מספר הצרכנים שבמערכת בזמן t .

א. האם התהליך הזה הוא שרשרת מרקוב בזמן רציף?

ב. האם השרשרת המייצגת את מספר הצרכנים שבמערכת בזמני הקפיצות ממצב למצב, היא שרשרת מרקוב בזמן בדיד?

ג. האם השרשרת המייצגת את מספר הצרכנים שבמערכת בזמני סיום השרות היא שרשרת מרקוב בזמן בדיד?

שאלה 2

שאלה זו עוסקת בתהליך לידה ומוות $X(t)$ בו קצב הלידה הוא קבוע λ וקצבי המוות ממצב i הם $i\mu$ (זאת אומרת, קצב מוות הפרופורציונלי לגודל האוכלוסיה). מצאו את $E(X(t))$ בהינתן $X(0) = 1$.

שאלה 3

בחזרה לשרשרות מרקוב בזמן בדיד

יהי A_n - המאורע שבשלב ה- n נבקר במצב i מסוים קבוע.

א. עבור אילו סוגים של מצבים קיים $\lim_{n \rightarrow \infty} P(A_n)$?

ב. עבור איזה סוג של מצבים קיים $P\left(\bigcup_{n=1}^{\infty} A_n\right) = \lim_{n \rightarrow \infty} P(A_n)$ עבור כל מצב התחלתי?
