

בתרון 49

תחילה נשק את אקטור ההסתברויות הסטציונריות: Π

$$\begin{cases} -2\Pi_1 + 2\Pi_2 + \Pi_3 = 0 \\ \Pi_1 - 4\Pi_2 + \Pi_3 = 0 \\ \Pi_1 + 2\Pi_2 - 2\Pi_3 = 0 \\ \Pi_1 + \Pi_2 + \Pi_3 = 0 \end{cases} \implies \begin{cases} \Pi_1 = \Pi_3 = \frac{2}{5} \\ \Pi_2 = \frac{1}{5} \end{cases}$$

מתקיים $\Pi \cdot A = 0$ מכאן

משיקולי סימטריה: $P_{1,2}(t) = P_{2,1}(t)$, $P_{2,1}(t) = P_{2,3}(t)$, $P_{1,3}(t) = P_{3,1}(t)$, $P_{3,1}(t) = P_{3,2}(t)$

מכיון שמדובר ב-1, 3 ו-1 סימטריים קיים למעלה 2 אלס ההסתברויות

הקשרות מצב 2 בין הקלות מדיעה

$$P'_{2,2}(t) = -4 \cdot P_{2,2}(t) + 1(1 - P_{2,2}(t)), P_{2,2}(0) = 1$$

$$P_{2,2}(t) + 5 \cdot P_{2,2}(t) = 1$$

$$P_{2,2}(t) = \frac{1}{5} + \frac{4}{5} \cdot e^{-5t}, P_{2,3}(t) = P_{2,1}(t) = \frac{1 - P_{2,2}(t)}{2} = \frac{2}{5} - \frac{2}{5} \cdot e^{-5t}$$

$$P'_{1,2}(t) = -4 \cdot P_{1,2}(t) + 1(1 - P_{1,2}(t))$$

$$P'_{1,2}(t) = -5 \cdot P_{1,2}(t) + 1$$

$$P_{1,2}(t) = C \cdot e^{-5t} + \frac{1}{5}, P_{1,2}(0) = 0 \implies P_{1,2}(t) = \frac{1}{5} \cdot e^{-5t} + \frac{1}{5}$$

$$P'_{1,1}(t) = -2 \cdot P_{1,1}(t) + 2 \cdot P_{1,2}(t) + 1 \cdot P_{1,3}(t)$$

$$P'_{1,1}(t) = -2 \cdot P_{1,1}(t) + 2 \cdot P_{1,2}(t) + 1(1 - P_{1,1}(t) - P_{1,2}(t))$$

$$P'_{1,1}(t) = -3 \cdot P_{1,1}(t) + P_{1,2}(t) + 1$$

$$P'_{1,1}(t) = -3 \cdot P_{1,1}(t) + \frac{1}{5} - \frac{1}{5} \cdot e^{-5t} + 1$$

$$P_{1,1}(t) = -3 \cdot P_{1,1}(t) - \frac{1}{5} \cdot e^{-5t} + \frac{6}{5}$$

$$P_{1,1}(t) = C_1 \cdot e^{-3t} + C_2 \cdot e^{-5t} + C_3$$

הבתרון קבוצות

$$(-5) \cdot C_2 \cdot e^{-5t} = (-3) \cdot C_2 \cdot e^{-5t} + \frac{1}{5} \cdot e^{-5t}$$

$$C_2 = \frac{1}{10} \text{ של } \frac{1}{10}$$

$$c_3 = \frac{2}{5} \quad \text{sk} \quad \lim_{t \rightarrow \infty} P_{1,1}(t) = \pi_1 = \frac{2}{5} \quad \text{ע' / נכיון}$$

$$c_1 + c_2 + c_3 = 1 \quad \text{sk} \quad P_{1,1}(0) = 1 \quad \text{ע' / נכיון}$$

$$P_{1,1}(t) = \frac{2}{5} + \frac{1}{2} \cdot e^{-3t} + \frac{1}{10} \cdot e^{-5t} \quad \text{כפ}$$

$$P_{1,3}(t) = 1 - \left(\frac{2}{5} + \frac{1}{2} \cdot e^{-3t} + \frac{1}{10} \cdot e^{-5t} \right) - \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{5} \cdot e^{-5t} \right) t$$

$$= \frac{2}{5} - \frac{1}{2} \cdot e^{-3t} + \frac{1}{10} \cdot e^{-5t}$$

- אצטרך צדק נוספת אוליג $P_{1,1}(t)$: הצדק התיכנסת עם צדק שישג הסתברות המעורר ממנה 2 הלא קם וחסרת אלוה גתמלה. צביות המעורר המלון ממנה 2 הלא $x \cdot e^{-x}$, נאלץ קסמי e^{-t} על ניצ ממנה 2 קקלע המלון.

$$P_{1,1}(t) = \hat{P}_{1,1}(t) \cdot e^{-t} + \int_0^t x \cdot e^{-x} \cdot \left(\frac{2}{5} - \frac{2}{5} \cdot e^{-5(t-x)} \right) dx$$

נלע $\hat{P}_{1,1}(t)$ הלא בהסתברות עכיות לאיה מלן t חמנה 1 נלע מתמלים חמנה 1 ומלמים רק חמלים 1, 3!

$$\hat{P}'_{1,1}(t) = -\hat{P}_{1,1}(t) + (1 - \hat{P}_{1,1}(t)); \quad \hat{P}_{1,1}(t) = 1$$

$$\hat{P}'_{1,1}(t) = -2 \cdot \hat{P}_{1,1}(t) + 1 \implies \hat{P}_{1,1}(t) = 0.5 + 0.5 \cdot e^{-2t}$$

$$P_{1,1}(t) = (0.5 + 0.5 \cdot e^{-2t}) \cdot e^{-t} + \int_0^t x \cdot e^{-x} \cdot \left(\frac{2}{5} - \frac{2}{5} \cdot e^{-5(t-x)} \right) dx \quad \text{וקמ הים}$$

wide