

פתרון לבחינה מ 25.02.18

16	15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
ד	א	ג	ב	ג	ד	א	ג	ג	ג	א	א	ב	ה	א	ב

הסברים קצרים

שאלה 1

תוחלת הסכום שווה לסכום התוחלות של הספרות השונות $1 + \frac{0+9}{2} + \frac{0+9}{2}$.

שאלה 2

מכיון שערכי הספרות השונות הם ב"ת אז תוחלת המכפלה שווה למכפלת התוחלות $1 \cdot \frac{0+9}{2} \cdot \frac{0+9}{2}$.

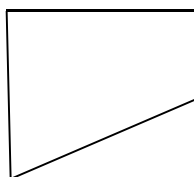
שאלה 3

נשים לב שכאן הערכים של ספרת המאות וספרת העשרות הם תלויים. כך תוחלת המכפלה אינה שווה למכפלת התוחלות. בהינתן ערכה של ספרת המאות יש אי תלות בין ערכי הספרות השונות. תוחלת המכפלה שווה ל

$$0.5 \cdot 1 \cdot \frac{5+9}{2} \cdot \frac{0+9}{2} + 0.5 \cdot 2 \cdot \frac{0+4}{2} \cdot \frac{0+9}{2}$$

שאלה 4

ההסתברות שווה לשטח של משולש חלקי שטח הרבוע כולו.



שאלה 5

גם בהינתן המאורע B, ההסתברות שמתקיים $(X = Y)$ היא אפס (הסתברות של מאורע בעל הסתברות אפס בהינתן מאורע בעל הסתברות חיובית). בהינתן המאורע B נשמרת הסימטריה בין X ו Y ולכל אחד מהם יש סיכוי שווה להיות גדול מהאחר.

שאלה 6

ההסתברות המותנה שווה לשטח המשולש שמתואר בשאלה 4 חלקי שטח משולש ששווה למחצית שטח הרבוע.

שאלה 7

עבור ערכי z גדולים, בהינתן $(Y > z)$, מתקבל כל ערך של Y בהסתברות נמוכה בהרבה מהערך הקודם הקטן ממנו ב 1. למעשה, היחס בין ההסתברויות שהם מתקבלים שואף לאפס. בהינתן $(Y > z)$ ההסתברות ש Y שווה ל $z + 1$ שואפת ל 1 כאשר $z \rightarrow \infty$ עבור כל פרמטר שלו. לעומת זאת, לפי תכונת חוסר הזכרון של המשתנה הגיאומטרי, מרחקו מ z מתפלג גיאומטרית, וכך התפלגות מרחקו תלויה בפרמטר שלו.

שאלה 8

כל שני משתנים מקריים בדידים מקבלים קבוצת ערכים שהיא סופית או בת מניה. לכן, גם סכומם חייב לקבל ערך מתוך קבוצה סופית או בת מניה. אם נתונים משתנה מקרי רציף והנגדי שלו, אז סכומם תמיד שווה לאפס, זאת אומרת למשתנה מנוון שהוא כמובן בדיד.

שאלה 9

סכום תשעת הראשונים שווה לסכום של כל עשרת המספרים, שהוא כמובן קבוע, פחות ערכו של המספר העשירי בשורה. לכן שונות סכום תשעת הראשונים שווה לשונות העשירי. לעשירי יש שונות של משתנה אחיד.

שאלה 10

ההסתברות שהמקסימום שונה מ 6 היא $\left(\frac{5}{6}\right)^n$. לכן, כאשר $n \rightarrow \infty$, ההסתברות שהמקסימום הוא 6 שואפת ל 1. השונות שואפת לאפס.

שאלה 11

לפי החוק החלש, יש למאורע A הסתברות ששואפת ל 1 כאשר $n \rightarrow \infty$. לכן כשמתנים במאורעות מהסוג של A מתקבלות הסתברויות מותנות גבוליות שדומות למקוריות. משיקולי סימטריה, יש למאורעות B הסתברות של חצי.

שאלה 12

אם האות שמתקבלת ראשונה היא h אז חייב להתקבל ht לפני tt . אם האות הראשונה היא t , אז הכל תלוי באות השניה. אם יתקבל בה h , אז בהכרח יתקבל ht לפני tt .

שאלה 13

תחילה מחכים זמן המתפלג $G(0.5)$ עד קבלת h ראשון. מרגע קבלתו מחכים זמן המתפלג $G(0.5)$ עד קבלת ה t הראשון שלאחריו.

שאלה 14

יהי e - הזמן המבוקש. מתקיים

$$e = 0.5 \cdot 0.5 \cdot 2 + 0.5(1 + e) + 0.5 \cdot 0.5(2 + e)$$

(או שמקבלים רצף בשתי הטלות, או שמתקבל t בהטלה בהטלה הראשונה, וכך לאחר שבזבזנו אותה, מספר ההטלות הנוספות שלאחריה מתפלג כמו ההתפלגות המקורית, או שנמקבלים th ולאחר שתי הטלות חוזרים למצב המקורי לאחר שבזבזנו שתי הטלות).

שאלה 15

עבור כל ערך טבעי, כל משתנה גיאומטרי מקבל אותו בהסתברות גדולה יותר מאשר את הערך העוקב לו. כך ההסתברות לקבלת 1 גדולה מההסתברות לקבלת 2, ההסתברות לקבלת 3 גדולה מההסתברות לקבלת 4 וכך הלאה.

שאלה 16

כדי שכל כדור יכנס לתא שונה צריך ש $\left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor$ הכדורים הראשונים יכנסו כל אחד לתא שונה. אם זה יקרה, יהיה לכל אחד מהבאים סיכוי של לפחות $\frac{\lfloor \frac{n}{2} \rfloor}{5n} > 0.01$ להכנס לתא שבו נמצא אחד הראשונים, וזאת באופן ב"ת בין כדורים שונים. הסיכוי שאף אחד מהם לא יכנס לתאים אלה קטן מ $(1 - 0.01)^{\lfloor \frac{n}{2} \rfloor}$. גודל זה שואף לאפס.

שלומי