

## הסתברות וסטטיסטיקה לדו-חוגי

המרצה: ד"ר שלומי רובינשטיין

1. ענו על 16 השאלות הבאות.
2. המסמן 8 תשובות נכונות יקבל ציון 60. על כל תשובה נכונה נוספת יתוּספו 5 נקודות.
3. אין להשתמש בספרים ובמחברות. ניתן להשתמש בשלושה דפי עזר דו-צדדיים ובמחשבון שלא ניתן לתכנות.
4. יש לסמן את התשובות רק בעמוד הזה. לכל שאלה יש לסמן רק תשובה אחת.
5. למחברת משמשת כטיוטא בלבד ולא תבדק. לרשותכם 3 שעות.

בהצלחה !

16	15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	
																א
																ב
																ג
																ד
																ה

מספר תשובות נכונות: \_\_\_\_\_ מספר תשובות שגויות: \_\_\_\_\_ ציון: \_\_\_\_\_

נתונים אלה מתייחסים לשאלות 1-4.  
 מבצעים סדרה אינסופית של הטלות ב"ת של קוביה תקינה.  
 יהי  $X$  - משתנה מקרי שסופר את מספר ההטלות עד וכולל קבלת שתי תוצאות של 4 הראשונות.  
 יהי  $Y$  - משתנה מקרי שסופר את מספר ההטלות עד וכולל קבלת גם תוצאת 4 וגם תוצאת 5.  
 יהי  $Z$  - משתנה מקרי שסופר את מספר ההטלות עד וכולל קבלת תוצאה של 5 שבאה אחרי תוצאה של 4.  
 ( אם למשל תוצאות ההטלות הראשונות הן משמאל לימין  $3,5,4,2,6,2,4,1,5,\dots$  אז  $X=7, Y=3, Z=9$  ).

### שאלה 1

מהו  $P(X=3)$  ?

- א.  $\frac{3}{216}$   
 ב.  $\frac{10}{216}$   
 ג.  $\frac{2}{216}$   
 ד.  $\frac{1}{36}$   
 ה. כל האפשרויות הקודמות לא נכונות.

### שאלה 2

מהו  $E(Z)$  ?

- א. 18  
 ב. 12  
 ג. 9  
 ד. 24  
 ה. כל האפשרויות הקודמות לא נכונות.

### שאלה 3

מהו  $E(Y)$  ?

- א. 18  
 ב. 12  
 ג. 9  
 ד. 24  
 ה. כל האפשרויות הקודמות לא נכונות.

### שאלה 4

מהו  $E(|Z-X|)$  ?

- א. 21  
 ב. 12  
 ג. 3  
 ד. 6  
 ה. כל האפשרויות הקודמות לא נכונות.

### שאלה 5

יהי  $X$  משתנה מקרי. נניח ש  $X \sim \exp(1)$ . מהו  $P(e^X > 2)$  ?

א.  $\frac{1}{3}$

ב.  $\frac{1}{4}$

ג.  $\frac{1}{2}$

ד.  $\frac{2}{3}$

ה. כל האפשרויות הקודמות לא נכונות.

---

### שאלה 6

יהי  $X$  משתנה מקרי המתפלג  $U(-1,1)$  ( אחיד רציף בקטע  $(-1,1)$  ). מהו  $E(|X|)$  ?

א. 0.5

ב. 0.25

ג. 1

ד. 0

ה. כל האפשרויות הקודמות לא נכונות.

---

### שאלה 7

יהי  $X \sim P(3)$ .

מהו  $E(X^2)$  ?

א. 9

ב. 18

ג. 6

ד. 12

ה. כל האפשרויות הקודמות לא נכונות.

---

### שאלה 8

תהי  $\{X_i\}_{i=1}^{\infty}$  סדרת אינדיקטורים ב"ת בעלי הסתברות 0.5 כל אחד. עבור כל  $1 \leq i < \infty$  נגדיר  $Y_i = X_i X_{i+1}$  ( כפל של שני משתנים שכנים ).

א. החוק החלש חל על הסדרה  $\{Y_i\}_{i=1}^{\infty}$ .

ב. סדרת המשתנים  $\{Y_i\}_{i=1}^{\infty}$  היא סדרת משתנים בלתי תלויים בזוגות.

ג. עבור כל  $1 \leq i < \infty$  מתקיים  $V(Y_i) = V(X_i)$ .

ד. עבור כל  $1 \leq i < \infty$  מתקיים  $V(Y_i) > V(X_i)$ .

ה. כל האפשרויות הקודמות לא נכונות.

---

נתונים אלה מתייחסים לשאלות 9-11 .  
יהיו  $X$  ו  $Y$  זוג משתנים מקריים בעלי התפלגויות אחידות בדידות.  
נניח ש  $X \sim U[1,4]$  ו  $Y \sim U[1,3]$  .

### שאלה 9

מהו  $E(X + Y)$  ?

א. 4.5

ב. 4

ג. 5

ד. חסרים נתונים כדי לחשב.

ה. כל האפשרויות הקודמות לא נכונות.

### שאלה 10

כעת נניח ששני המשתנים הם ב"ת.

מהו  $P(X + Y = 3)$  ?

א.  $\frac{1}{3}$

ב.  $\frac{1}{4}$

ג.  $\frac{1}{12}$

ד.  $\frac{1}{6}$

ה. כל האפשרויות הקודמות לא נכונות.

### שאלה 11

גם כאן נניח שזוג המשתנים הם ב"ת.

מהו  $P(X = Y)$  ?

א.  $\frac{1}{3}$

ב.  $\frac{1}{4}$

ג.  $\frac{1}{12}$

ד.  $\frac{1}{6}$

ה. כל האפשרויות הקודמות לא נכונות.

## שאלה 12

- יהיו  $\{A_i\}_{i=1}^{\infty}$  סדרת מאורעות. יהי  $B$  - המאורע שיתרחשו אין סוף מהמאורעות  $\{A_i\}_{i=1}^{\infty}$ .
- א.** המאורעות  $A_1$  ו  $B$  הם בהכרח זוג מאורעות ב"ת.
- ב.** בהכרח קיים  $1 \leq i < \infty$  כך ש  $A_i$  ו  $B$  הם זוג מאורעות ב"ת אך טענה א' לא נכונה.
- ג.** יתכן שקיים מספר טבעי  $i$  יחיד כך ש  $A_i$  ו  $B$  הם זוג מאורעות ב"ת בזמן שכל מאורע אחר מהסדרה  $\{A_i\}_{i=1}^{\infty}$  תלוי במאורע  $B$ .
- ד.** יתכן שעבור כל  $1 \leq i < \infty$  המאורעות  $A_i$  ו  $B$  הם זוג מאורעות תלויים, אך טענה ג' לא נכונה.
- ה.** כל האפשרויות הקודמות לא נכונות.
- 

- נתונים אלה מתייחסים לשאלות 13-14.
- נתונים שלושה משתנים מקריים ב"ת  $X, Y, Z$ .
- נניח ש  $X \sim \exp(1)$ ,  $Y \sim \exp(0.5)$ ,  $Z$  משתנה אינדיקטורי בעל הסתברות 0.5.
- נגדיר משתנה מקרי  $W$  לפי  $W = ZX + (1 - Z)Y$ .

## שאלה 13

- א.** מתקיים  $E(Y | W > 100) > 101.5$ .
- ב.** מתקיים  $100.5 < E(Y | W > 100) < 101.5$ .
- ג.** מתקיים  $50 < E(Y | W > 100) < 80$ .
- ד.** מתקיים  $E(Y | W > 100) < 50$ .
- ה.** כל האפשרויות הקודמות לא נכונות.

## שאלה 14

- א.** מתקיים  $E(X | W > 100) > 100.5$ .
- ב.** מתקיים  $100 < E(X | W > 100) < 100.5$ .
- ג.** מתקיים  $20 < E(X | W > 100) < 50$ .
- ד.** מתקיים  $E(X | W > 100) < 20$ .
- ה.** כל האפשרויות הקודמות לא נכונות.
-

נתונים אלה מתייחסים לשאלות 15-16.

נתון גרף לא מכוון פשוט ושלם בעל קבוצת הצמתים  $\{1,2,3,4\}$  (זאת אומרת שבין כל זוג צמתים יש קשת לא מכוונת בודדת). צובעים את קשתות הגרף בצבעים כחול וירוק. אופן צביעה הוא פונקציה מקבוצת הקשתות לקבוצת הצבעים כחול וירוק. מספר אופני הצביעה האפשריים הוא מספר אופני הצביעה בעלי הסתברות חיובית. כך למשל אם בסיכוי 0.5 צובעים את כל הקשתות בכחול, בהסתברות 0.2 צובעים את כל הקשתות בירוק ובהסתברות 0.3 צובעים את הקשת שבין 1 ל 2 בכחול ואת יתר הקשתות בירוק, אז יש שלושה אופני צביעה אפשריים. עבור כל  $1 \leq i \leq 4$  נגדיר מאורע  $A_i$  כמאורע שכל הקשתות הנוגעות בצומת  $i$  הן כחולות.

### שאלה 15

מהו מספר אופני הצביעה המינימלי שעבורו אפשרי  $P\left(\bigcup_{i=1}^4 A_i\right) < \sum_{i=1}^4 P(A_i)$  ?

- א. 1
- ב. 22
- ג. 15
- ד. 13
- ה. כל האפשרויות הקודמות לא נכונות.

### שאלה 16

מהו מספר אופני הצביעה המקסימלי שעבורו אפשרי  $P\left(\bigcup_{i=1}^4 A_i\right) = \sum_{i=1}^4 P(A_i)$  ?

- א. 36
- ב. 32
- ג. 51
- ד. 57
- ה. כל האפשרויות הקודמות לא נכונות.