

השאלות מבחינה של פרופ' תלמה לויתן בהסתברות וסטטיסטיקה

לתלמידי פיסיקה מתאריך 15.7.02

שאלה 1: הסכוי של יורם לפתור נכון את שאלה מס' 1 הוא 0.9 ואת שאלה 2 הסכוי 0.8. כמו כן, הסכוי שלו לפתור את שאלה 1 בלבד הוא 0.15.

א. מה הסכוי שיורם יצליח לפתור נכון בדיוק k מהשאלות ($k = 0,1,2$) ?

ב. מה תוחלת מספר השאלות X מתוכן שיורם יפתור נכון. הראו את החישוב. האם תוכלו לחשב את התוחלת של X גם כאשר הסכוי לפתור נכון את שאלה 1 בלבד אינו נתון? אם כן הראו את הדרך בקצרה.

ג. מה שונות מספר השאלות X מתוכן שיורם יפתור נכון? הראו את החישוב. האם תוכלו לחשב את השונות של X גם כאשר ההסתברות לפתור נכון את שאלה 1 בלבד אינה נתונה? (בתשובתכם בדקו האם קיימת אי תלות בין המאורעות: "פתרון נכון של שאלה 1" ו"פתרון נכון של שאלה 2" והתייחסו לנקודה זו. נמקו.)

שאלה 2: בטקס סיום קבלת תארים העיפו 4 בוגרים את כובעם באוויר וקלטו בחזרה כל אחד כובע מקרי.

א. מהי תוחלת מספר הבוגרים X שקלטו חזרה את כובעם הנכון (הסבירו את אופן החישוב).

ב. מהי ההסתברות המאורעות: C – יוסי ודני קלטו כ"א את כובעו, B – רק יוסי קלט את כובעו.

ג. מהי ההסתברות המאורע: D – בדיוק אחד מהבוגרים קלט את כובעו.

שאלה 3: בקופסת גפרורים משומשת יש 50 גפרורים, מתוכם 35 שרופים. הוצאתם מהקופסא 3 גפרורים.

א. מה ההסתברות שהגפרור השלישי שהוצאתם שרוף? נמקו. מה ההסתברות שהגפרור הראשון שהוצאתם שרוף אם ידוע שהגפרור השלישי שרוף? נמקו.

ב. מה ההסתברות שהגפרור השלישי שהוצאתם שרוף אם ידוע לכם: שבדיוק אחד מהשלושה שרוף? שלפחות אחד מהשלושה שרוף?

ג. מה ההסתברות המאורע A – שניים מהגפרורים שהוצאתם שרופים? חברכם הוציא אחריכם 3 גפרורים נוספים (מבלי לדעת כמה שרופים קיבלתם) מה ההסתברות המאורע B – שניים מהם שרופים?

ד. האם המאורעות A, B לעיל הם בלתי תלויים? נמקו.

שאלה 4: בשולחן הכתיבה שלכם 8 מגרות מאוד מבולגנות. באחת מהן נמצא מסמך שאתם זקוקים לו בדחיפות. אתם פותחים את המגרות בזו אחר זו עד שתמצאו את המסמך. זהו את התפלגות X – מספר המגרות שתבדקו, והסיקו תוחלת אם:

א. לא תבדקו שום מגירה שכבר בדקתם? זיהוי ההתפלגות (כולל פרמטרים).

ב. מרוב לחץ אתם פותחים כל פעם מגירה מקרית מבלי לחשוב אפילו מה כבר בדקתם? זיהוי ההתפלגות (כולל פרמטרים).

ג. באיזה משני המקרים תתקבל שונות קטנה יותר? נמקו ללא חישובים.

שאלה 5: פוליגרף מגלה שקרנים ב 90% מהמקרים ומזהה דוברי אמת ב 85% מהמקרים .
 בהנחה ש 60% מהנבדקים (בחשד הדלפה) הם דוברי אמת . חשבו :
 א. את ההסתברות שאדם כלשהו יאובחן כ"שקרן" (הראו את החישוב) .
 ב. את ההסתברות שאדם שאובחן כ"שקרן" הוא אכן שקרן .
 ג. אדם עבר שני מבדקים בלתי תלויים כאלו ובשניהם אובחן כ"שקרן" . מה ההסתברות שהוא אכן שקרן ?

שאלה 6: ליצרן 3 מכונות בנות 1,2,3 שנים . מספר התיקונים של מכונה בת i שנים מפולג בקירוב פואסוני עם ממוצע של $3 \cdot i$ תיקונים בשנה .
 א. מה ההסתברות שידרשו שני תיקונים במשך חודש אחד ? מה הנחתם ?
 ב. מהי תוחלת משך הזמן X עד לתיקון הראשון ? ומהי השונות ?
 מהי תוחלת משך הזמן Y עד לתיקון השני ? ומהי השונות ? נמקו .
 ג. מה ההסתברות שיעברו יותר מחודשיים עד לתיקון הראשון ?
 ד. מה ההסתברות שתעבור יותר מחצי שנה עד לתיקון השני ?

שאלה 7: בקופסא 4 נרות אדומים , 3 נרות כחולים ו- 2 נרות צהובים . להדלקת החנוכיה הוצאו מהקופסא 3 נרות באופן מקרי .
 יהיו X – מספר הנרות האדומים שהוצאו , Y – מספר הנרות הכחולים שהוצאו .
 א. מהי $P(X = 2, Y = 1)$.
 ב. זהו את ההתפלגות השולית של X והסיקו תוחלת .
 ג. האם X ו- Y בלתי תלויים ? נמקו .
 ד. מה לדעתכם הסימן של מקדם המתאם בין X ו- Y . נמקו בקצרה .
 ה. מהו הניבוי שלכם למספר הנרות האדומים אם ידוע לכם שבדיוק אחד הנרות היה כחול ? (זהו התפלגות והסיקו) .

שאלה 8: משקל של דבר דפוס הוא משתנה מקרי מעריכי X בעל ממוצע של 100 גרם .
 מותר לשלוח בדואר ים חבילת דברי דפוס במשקל מקסימלי של 2 ק"ג .
 א. מה ההסתברות שמשקל דבר דפוס בודד יעלה על 110 גרם ? מה השונות של המשקל ?
 ב. מהי בקירוב ההסתברות שתצליחו לשלוח את כל 21 דברי הדפוס שברשותכם בדואר ים ?
 מה הנחתם (הראו את החישוב) .
 ג. מהי בקירוב ההסתברות שלפחות 3 מדברי הדפוס שלכם ישקלו למעלה מ- 110 גרם ? מה הנחתם ?
 (הראו את החישוב) .
