

מספר ת.ז. \_\_\_\_\_ מספר נבחן \_\_\_\_\_

## הסתברות וסטטיסטיקה לדו-חוגי

סמסטר א' תשע"ב

כהן אסף

1. ענו על 15 השאלות הבאות.
2. משקל כל שאלה הוא 7 נקודות, סה"כ: 105 נקודות, הציון המקסימלי הוא 100.
3. אין להשתמש בספרים ו/או במחברות. ניתן להשתמש בשני דפי נוסחאות (דו-צדדיים) ובמחשבון.
4. לרשותכם 3 שעות.
5. יש לסמן את התשובות בטבלה הבאה בלבד. את הסימונים לכל שאלה יש לסמן בעמודה המתאימה. לכל שאלה יש לסמן רק תשובה אחת! ייבדקו רק הסימונים בטבלה. שאר טופס המבחן והמחברת משמשים כטייטא בלבד ולא ייבדקו.

**בהצלחה!**

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
א															
ב															
ג															
ד															

מספר תשובות שגויות: \_\_\_\_\_

מספר תשובות נכונות: \_\_\_\_\_

ציון: \_\_\_\_\_

בכד תשעה כדורים ממוספרים: 1,2,...,9. עזרא מוציא כדורים בזה אחר זה ללא החזרה באקראי.

1. מה הסיכוי שכל הכדורים יצאו בסדר עולה לפי הספרות שרשומות עליהם?

א.  $\frac{1}{9}$

ב.  $\frac{9}{10!}$

ג.  $\frac{1}{9!}$

ד. אף אחד מהנ"ל.

2. מה הסיכוי שעזרא הוציא את הכדור עם הספרה 9 לפני שהוציא את הכדור עם הספרה 7 (לאו דווקא בסדר עוקב. לדוגמא הרצף (משמאל לימין) 1,3,9,6,5,7,8,4,2 מקיים את הדרוש)?

א.  $\frac{7}{9}$

ב.  $\frac{1}{2}$

ג.  $\frac{1}{9} \cdot \frac{1}{8}$

ד. אף אחד מהנ"ל.

3. מה הסיכוי שבהוצאה התשיעית יצא לראשונה כדור עם ספרה שאינה קטנה מכל קודמותיה?

א.  $\frac{1}{9 \cdot 7!}$

ב.  $\frac{1}{9!}$

ג.  $\frac{1}{9 \cdot 9!}$

ד. אף אחת מהנ"ל.

המ"מ הבאים מתייחסים לשאלות 4,5:

יהי  $Y_i$  מ"מ מציין המקבל את הערך 1 אם בשלב  $i$  יצא כדור עם הספרה  $i$  ואחרת 0.  
 $i = 1, \dots, 9$ .

4. יהי  $Y_i$  מ"מ מציין המקבל את הערך 1 אם בשלב  $i$  יצא כדור עם הספרה  $i$  ואחרת 0.

אילו מהטענות הבאות נכון עבור המ"מ  $Y_1, Y_2, \dots, Y_9$ .

א.  $Y_1, Y_2, \dots, Y_9$  בלתי-תלויים ושווי-התפלגות.

ב.  $Y_1, Y_2, \dots, Y_9$  בלתי-תלויים ולא שווי-התפלגות.

ג.  $Y_1, Y_2, \dots, Y_9$  תלויים ולא שווי-התפלגות.

ד. אף אחת מהנ"ל.

5. מה השונות של  $Y_1 - Y_2$  ?

א.  $\frac{7}{36}$

ב.  $\frac{65}{324}$

ג.  $\frac{1}{648}$

ד. אף אחת מהנ"ל.

6. עזרא ונחמיה משחקים במשחק הבא:

עזרא מוציא את תשעת הכדורים כפי שמתואר לפני שאלה 1. אם בהוצאה מספר  $i$  יצא כדור עם הספרה  $i$  הוא מקבל מנחמיה  $10 \times i$  ש, אחרת הוא משלם לנחמיה 5 ש,  
 לכל  $i = 1, \dots, 9$ .

מה תוחלת הרווח של עזרא?

א. 10

ב. 7.5

ג. 5

ד. אף אחת מהנ"ל.

7. יהיו המ"מ  $X_n, Y_n \sim G\left(\frac{1}{n}\right)$  אילו מהטענות הבאות נכונה:

א.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \rho(e^n X_n, e^n Y_n) = 0$  אם ורק אם  $X_n, Y_n$  בלתי-תלויים.

ב.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \rho(e^n X_n, e^n Y_n) = 0$  אם ורק אם  $X_n, Y_n$  בלתי-מתואמים.

ג.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \rho(e^n X_n, e^n Y_n) = 0$  ללא הגבלות נוספות.

ד. אף אחת מהנ"ל.

8. בכד 2 כדורים, האחד שחור והשני לבן. רחמים (הלובש חולצה שחורה) ושמעון (הלובש חולצה לבנה) משחקים במשחק הבא: כל אחד בתורו מוציא כדור מהכד עד שאחד מהם מוציא כדור בצבע זהה לזה של חולצתו, והוא המנצח. אם רחמים מתחיל במשחק, מה הסיכוי ששמעון ינצח?

- א.  $\frac{1}{2}$   
 ב.  $\frac{1}{3}$   
 ג.  $\frac{1}{4}$   
 ד. אף אחת מהנ"ל.

9. יהיו המ"מ הבלתי תלויים  $X, Y \sim P(\lambda)$ . אילו מהטענות הבאות נכונה:

- א.  $2X \sim P(2\lambda)$   
 ב.  $Y + X |_{Y=1} \sim P(\lambda + 1)$   
 ג.  $X - Y, X + Y$  בלתי תלויים.  
 ד. אף אחת מהנ"ל.

גרוס וואגנר קבעו להיפגש בשעה 7:00 במוזיאון תל-אביב. ידוע שכל אחד מהם מגיע בזמן אקראי בין 7:00 – 8:00 (התפלגות אחידה רציפה) באופן בלתי תלוי באחר. כשגרוס מגיע הוא ממתין עשרים דקות ואם ואגנר לא מגיע אז הוא נכנס למוזיאון. ואגנר ממתין מרגע הגעתו חצי שעה ואם גרוס לא מגיע בזמן הזה אז הוא נכנס. ברגע שהם נפגשים הם נכנסים למוזיאון מיד.

10. מה הסיכוי שייפגשו?

- א.  $\frac{22}{72}$   
 ב.  $\frac{47}{72}$   
 ג.  $\frac{50}{72}$   
 ד. אף אחת מהנ"ל.

11. אם ידוע שגרוס הגיע קודם, מה הסיכוי שייפגשו?

א.  $\frac{7}{18}$

ב.  $\frac{5}{18}$

ג.  $\frac{10}{18}$

ד. אף אחת מהנ"ל.

12. יהי  $X \sim N(-1, 2^2)$ , לאיזה קטע שייכת ההסתברות  $P(e^{X+2} > 1 | X < 1)$ ?

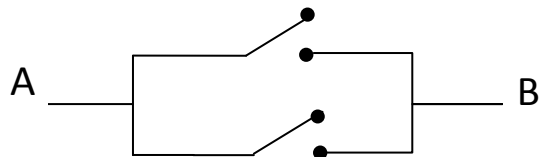
א.  $[0, 0.25)$

ב.  $[0.25, 0.5)$

ג.  $[0.5, 0.75)$

ד. אף אחת מהנ"ל.

יהי המעגל החשמלי הבא:



זרם יעבור בין A לב B אם ורק אם לפחות אחד משני המפסקים סגור. בזמן  $t=0$  שני המפסקים סגורים.

יהיו המ"מ הבלתי תלויים הבאים  $X_1 \sim \exp(\lambda)$ ,  $X_2 \sim \exp(2\lambda)$

כאשר  $X_i$  הוא משך הזמן עד שמפסק  $i$  נפתח,  $(i=1, 2)$ . אחרי שמפסק נפתח הוא לא

נסגר שוב. יהי  $T = \max\{X_1, X_2\}$  משך הזמן שבו זורם זרם בין A לב.

13. מה הסיכוי  $P(T < 2X_2)$ ?

א.  $\frac{1}{2}$

ב.  $\frac{\lambda}{4}$

ג.  $\frac{1}{6}$

ד. אף אחת מהנ"ל.

14. מהי הצפיפות של  $Z$ ?

א. עבור  $t > 0$ , ואחרת 0.  $3\lambda e^{-3\lambda t}$

ב. עבור  $t > 0$ , ואחרת 0.  $\frac{\lambda e^{-\lambda t} + 2\lambda e^{-2\lambda t}}{2}$

ג. עבור  $t > 0$ , ואחרת 0.  $\lambda e^{-\lambda t} + 2\lambda e^{-2\lambda t} - 3\lambda e^{-3\lambda t}$

ד. אף אחת מהנ"ל.

15. יהיו  $(X, Y) \sim N(5, 9^2)$ ,  $X \sim N(5, 9^2)$ ,  $Y | X \sim U(0, X^2)$  מהי  $E(Y)$ ?

א. 41.5

ב. 53

ג. 28

ד. אף אחת מהנ"ל.