

סמסטר קיץ, מועד א'  
תאריך: 24.09.2009  
משך הבחינה: 3 וחצי שעות

**בחינה בקורס: מבוא להסתברות**

מרצה: ד"ר אמיר בק

הנחיות:

- נא לקרוא את כל המבחן בהתחלה.
- חומר עזר מותר בשימוש: שני דפי נוסחאות ומחשבון.
- בבחינה 4 שאלות, עליכם לענות על כולן.
- משקל כל סעיף רשום לידו. סך הניקוד בבחינה – 100 נקודות.
- את הפתרונות יש לנמק היטב. פתרונות לא מנומקים לא יזכו במלוא הנקודות.

בהצלחה

### שאלה 1 (25 נקודות)

משך זמן ההמתנה בשעות של גברת כהן בתור לקופת חולים ביום כלשהוא הוא משתנה מקרי רציף  $Y$  בעל פונקציית צפיפות

$$f_Y(y) = \begin{cases} cy(2-y) & 0 \leq y \leq 2 \\ 0 & \text{else} \end{cases}$$

- א. (5 נק') מיצאו את  $c$ .
- ב. (5 נק') גברת כהן עצובה אם היא ממתינה יותר משעה וחצי (אחרת היא שמחה). מהי ההסתברות שגברת כהן תהיה עצובה?
- ג. (5 נק') גברת כהן הולכת במשך 365 ימים (באופן רצוף...) לקופת חולים. משך ההמתנה בתור בימים שונים הינו ב"ת. יהי  $A$  המאורע "גברת כהן תהיה עצובה בלפחות 65 ימים". מיצאו בעזרת הקירוב הנורמלי קירוב ל- $P(A)$ .
- ד. (5 נק') מיצאו חסם ל- $P(A)$  בעזרת אי-שוויון מרקוב.
- ה. (5 נק') מיצאו חסם ל- $P(A)$  בעזרת אי-שוויון צ'בישב.

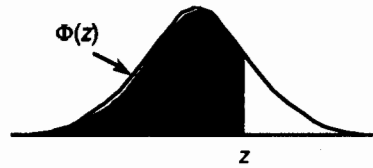
### שאלה 2 (17 נק')

מגרילים מספר בן 6 ספרות באופן אקראי (ספרת מאות האלפים כמובן אינה יכולה להיות 0). מספר נקרא "מיוחד" אם מופיעות בו הספרות 1, 3 ו-4 (לפחות פעם אחת כל אחת).

- א. (8 נק') מצאו את ההסתברות שהמספר הנבחר הוא "מיוחד".
- ב. (4 נק') מחליטים להגריל מספרים בני 6 ספרות באקראי עד הפעם הראשונה שמתקבל מספר מיוחד. נסמן ב- $X$  את מספר ההגרלות. מהי התפלגות  $X$ ?
- ג. (5 נק') מחליטים להגריל מספרים בני 6 ספרות באקראי עד אשר התקבלו במהלך ההטלות גם מספר מיוחד וגם מספר לא מיוחד. יהי  $Y$  - מספר ההגרלות. מהי התפלגות  $Y$ ?



טבלה 1. טבלת ההתפלגות המצטברת הנורמלית סטנדרטית – ערכי  $\Phi(z)$



z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	.5000	.5040	.5080	.5120	.5160	.5199	.5239	.5279	.5319	.5359
0.1	.5398	.5438	.5478	.5517	.5557	.5596	.5636	.5675	.5714	.5753
0.2	.5793	.5832	.5871	.5910	.5948	.5987	.6026	.6064	.6103	.6141
0.3	.6179	.6217	.6255	.6293	.6331	.6368	.6406	.6443	.6480	.6517
0.4	.6554	.6591	.6628	.6664	.6700	.6736	.6772	.6808	.6844	.6879
0.5	.6915	.6950	.6985	.7019	.7054	.7088	.7123	.7157	.7190	.7224
0.6	.7257	.7291	.7324	.7357	.7389	.7422	.7454	.7486	.7517	.7549
0.7	.7580	.7611	.7642	.7673	.7704	.7734	.7764	.7794	.7823	.7852
0.8	.7881	.7910	.7939	.7967	.7995	.8023	.8051	.8078	.8106	.8133
0.9	.8159	.8186	.8212	.8238	.8264	.8289	.8315	.8340	.8365	.8389
1.0	.8413	.8438	.8461	.8485	.8508	.8531	.8554	.8577	.8599	.8621
1.1	.8643	.8665	.8686	.8708	.8729	.8749	.8770	.8790	.8810	.8830
1.2	.8849	.8869	.8888	.8907	.8925	.8944	.8962	.8980	.8997	.9015
1.3	.9032	.9049	.9066	.9082	.9099	.9115	.9131	.9147	.9162	.9177
1.4	.9192	.9207	.9222	.9236	.9251	.9265	.9279	.9292	.9306	.9319
1.5	.9332	.9345	.9357	.9370	.9382	.9394	.9406	.9418	.9429	.9441
1.6	.9452	.9463	.9474	.9484	.9495	.9505	.9515	.9525	.9535	.9545
1.7	.9554	.9564	.9573	.9582	.9591	.9599	.9608	.9616	.9625	.9633
1.8	.9641	.9649	.9656	.9664	.9671	.9678	.9686	.9693	.9699	.9706
1.9	.9713	.9719	.9726	.9732	.9738	.9744	.9750	.9756	.9761	.9767
2.0	.9772	.9778	.9783	.9788	.9793	.9798	.9803	.9808	.9812	.9817
2.1	.9821	.9826	.9830	.9834	.9838	.9842	.9846	.9850	.9854	.9857
2.2	.9861	.9864	.9868	.9871	.9875	.9878	.9881	.9884	.9887	.9890
2.3	.9893	.9896	.9898	.9901	.9904	.9906	.9909	.9911	.9913	.9916
2.4	.9918	.9920	.9922	.9925	.9927	.9929	.9931	.9932	.9934	.9936
2.5	.9938	.9940	.9941	.9943	.9945	.9946	.9948	.9949	.9951	.9952
2.6	.9953	.9955	.9956	.9957	.9959	.9960	.9961	.9962	.9963	.9964
2.7	.9965	.9966	.9967	.9968	.9969	.9970	.9971	.9972	.9973	.9974
2.8	.9974	.9975	.9976	.9977	.9977	.9978	.9979	.9979	.9980	.9981
2.9	.9981	.9982	.9982	.9983	.9984	.9984	.9985	.9985	.9986	.9986
3.0	.9987	.9987	.9987	.9988	.9988	.9989	.9989	.9989	.9990	.9990
3.1	.9990	.9991	.9991	.9991	.9992	.9992	.9992	.9992	.9993	.9993
3.2	.9993	.9993	.9994	.9994	.9994	.9994	.9994	.9995	.9995	.9995
3.3	.9995	.9995	.9995	.9996	.9996	.9996	.9996	.9996	.9996	.9997
3.4	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9998

z	1.282	1.645	1.960	2.326	2.576	3.090	3.291	3.891	4.417
$\Phi(z)$	0.90	0.95	0.975	0.99	0.995	0.999	0.9995	0.99995	0.999995