

מבחן במבוא להסתברות
לתלמידי מתימטיקה שנה א'
המורים: ד"ר ס. הרט, ד"ר א. ליברמן

משך הבחינה: 3 שעות.
בבחינה חמש שאלות. יש לענות על כל השאלות.
מותר להשתמש בדף הנוסחאות שלך אותו אין להעביר לנבחן אחר.

שאלה 1

ההערכה היא שהסיכוי הוא 80% שעבריין ביצע גניבה מסוימת. הוא הועמד למשפט בפני
'ושה שופטים. אם אכן גנב, הסיכוי ששופט ימצאהו אשם הוא 0.7 בעוד שאם לא גנב ירד
הסיכוי לכך ל-0.2. השופטים מחליטים באופן בלתי תלוי זה מזה.

- (א) מה ההסתברות שהשופט השלישי מצאו אשם אם ידוע ששני השופטים הראשונים
מצאוהו אשם.
- (ב) מהי התוחלת והשונות של מספר השופטים שמצאוהו אשם.

שאלה 2

- (א) יהיו X ו- Y מ"מ מתוקננים כך ש- $E(X \cdot Y) = -1$. מה תוכל
לאמר על הקשר בין X ל- Y ?
- (ב) יהיו X ו- Y מ"מ מתואמים שכי"א מהם מקבל את הערכים 0 ו-1.
הוכח כי X ו- Y בלתי תלויים.

שאלה 3

- בכד N כדורים ממוספרים $1, 2, \dots, N$. מוציאים מהכד n כדורים
ללא החזרה. יהי X המספר הגדול ביותר שהוצא.
- (א) חשב את $P(X = k)$, מהם ערכי k ?
 - (ב) מצא את תוחלת X .

שאלה 4

בכד 2^n כדורים ממוספרים במספרים $0, 1, 2, \dots, n$, באופן שיש
 $\binom{n}{m}$ כדורים בעלי המספר m עבור $m = 0, 1, 2, \dots, n$.
מוציאים מהכד N כדורים ללא החזרה. יהי X סכום המספרים של הכדורים
שמוצאו. חשב את תוחלת X .

שאלה 5

הסיכוי ללידת בן בלידה מסוימת שווה ל- p והיא ב"ת בלידות האחרות.
משפחה החליטה על המדיניות הבאה. אם הילד הראשון שיוולד הוא בן, הם ימשיכו להוליד
ילדים עד להולדת בת, בעוד שאם נולדה בת לראשונה ימשיכו לחוליד ילדים עד להולדת
בן. יהי X מספר הילדים שנולדו למשפחה ו- Y מספר הבנים שנולדו.

- (א) מצא את חוק ההתפלגות (-פונקצית ההסתברות) והתוחלת של X .
(ב) מצא את חוק ההתפלגות (-פונקצית ההסתברות) והתוחלת של Y .

בהצלחה!!!