

סמסטר ב', מועד ב', תש"ע, 16.8.2010

בחינה ב"מבוא להסתברות" (המרצה: פרופ' יצחק מלכסון)

משך הבחינה שלוש שעות.

מותר להשתמש ב- 3 דפי סיכומים כתובים או מודפסים (דו-צדדיים) ובמחשבון.

השאלון מורכב מ-19 שאלות. כל תשובה נכונה ב- 6+ נקודות וכל תשובה לא נכונה מזכה

ב- 2- נקודות. מותר לסמן יותר מתשובה אחת לשאלה. אם צברת S נקודות, ציוןך $\min(S, 100)$.

יש לרשום את התשובות הסופיות לשאלות בטבלאות הבאות (מחברת הבחינה ושאר הדפים בטופס המבחן משמשים לטיטא בלבד ולא ייבדקו).

בהצלחה!!!

	1	2	3	4	5	6
א						
ב						
ג						
ד						

	7	8	9	10	11	12
א						
ב						
ג						
ד						

	13	14	15	16	17	18	19
א							
ב							
ג							
ד							

סוגיה ראשונה

יהי X מ"מ פואסוני עם פרמטר $\lambda = 10$. יהי Z מ"מ בלתי-תלוי ב- X עם ההתפלגות $P(Z=0.9)=0.2=1-P(Z=0.6)$. יהי Y מ"מ נוסף, עם התפלגות מותנה בינומית בהינתן X ו- Z :

$$Y | (X = x, Z = z) \sim \text{Bin}(x, z)$$

1. לאיזו משפחת התפלגויות שייכת ההתפלגות המותנית של Y בהינתן ש- $Z=0.9$?

א. גיאומטרית.

ב. בינומית שלילית אך לא גיאומטרית.

ג. פואסונית.

ד. אף תשובה מהני"ל אינה נכונה.

2. לאיזו משפחת התפלגויות שייכת ההתפלגות המותנית של Y בהינתן ש- $X=20$?

א. היפרגיאומטרית.

ב. בינומית.

ג. אחידה.

ד. אף תשובה מהני"ל אינה נכונה.

3. מהי התוחלת של Y ?

א. 6

ב. 6.6

ג. 8.04

ד. אף תשובה מהני"ל אינה נכונה.

4. מה השונות של Y ?

א. 6

ב. 6.6

ג. 8.04

ד. אף תשובה מהני"ל אינה נכונה.

5. באיזה תחום נמצא מקדם המתאם בין X ל- Z :

א. $\rho(X, Z) = 1$

ב. $0 < \rho(X, Z) < 1$

ג. $\rho(X, Z) = 0$

ד. $\rho(X, Z) < 0$

6. חשב את $E(Z | X = Y = 2)$:

א. 0.660

ב. 0.708

ג. 0.792

ד. אף תשובה מהני"ל אינה נכונה.

סוגיה שניה:

קופסה מכילה מספר מקרי X של כדורים לבנים ועוד $100-X$ כדורים אדומים ($0 \leq X \leq 100$). ההתפלגות של X אינה ידועה, אך ידוע ש- $E(X) = 25$. מוציאים 2 כדורים מהכד באופן מקרי עם החזרה.

7. ההסתברות שהכדור הראשון הוא לבן היא:

א. 0.25 ב. $\frac{25!75!}{100!}$

ג. אי אפשר לחשב הסתברות זו בלי לדעת את הערך של X .

ד. כדי לחשב הסתברות זו אין צורך בערך של X , אבל דרושה ההתפלגות של X .

8. ההסתברות ששני הכדורים הם לבנים היא:

א. $\frac{25 \cdot 24}{100 \cdot 99}$ ב. $\frac{1}{16}$

ג. אי אפשר לחשב הסתברות זו בלי לדעת את הערך של X .

ד. כדי לחשב הסתברות זו אין צורך בערך של X , אבל דרושה השונות של X .

9. הצבעים של שני הכדורים הם בלתי-תלויים:

א. אם ורק אם ההתפלגות של X היא אחידה.

ב. אף פעם לא.

ג. אם ורק אם ההתפלגות של X היא מנוונת (כלומר X קבוע).

ד. תמיד.

10. בנוסף לתוחלת הנתונה, ידוע שהשונות של X היא 25. ההסתברות ששני הכדורים הם לבנים היא:

א. $\frac{13}{200}$ ב. $\frac{25}{396}$

ג. אי אפשר לחשב הסתברות זו בלי לדעת את הערך של X .

ד. כדי לחשב הסתברות זו אין צורך בערך של X , אבל דרושה ההתפלגות של X .

11. כמו שאלה 8, אלא שהכדור השני הוצא מבלי להחזיר קודם את הראשון.

א. $\frac{13}{200}$ ב. $\frac{25}{396}$

ג. אי אפשר לחשב הסתברות זו בלי לדעת את הערך של X .

ד. כדי לחשב הסתברות זו אין צורך בערך של X , אבל דרושה ההתפלגות של X .

12. בהינתן התוחלת והשונות של X כנ"ל, האם ייתכן ש- $P(X > 75) = 0.2$?

א. לא, מפני שהיא קטנה מ- $1/9$ לפי אי"ש מרקוב.

ב. כן, מפני שהסתברות זו קטנה מ- $1/3$ לפי אי"ש מרקוב.

ג. לא, מפני שהיא קטנה מ- $1/100$ לפי אי"ש צ'בישב.

ד. אף אחת מהתשובות הנ"ל.

סוגיה שלישית:

במשרד הדואר נמצאים 6 תאי דואר. אביתר הדוור מגיע עם X מכתבים ומחלק אותם באופן מקרי בין תאי הדואר: עבור כל מכתב אביתר מטיל קובייה הוגנת ומכניס את המכתב לתא הדואר המתאים לתוצאת ההטלה. מספר המכתבים X שיש לאביתר מפולג גיאומטרית עם פרמטר p . יהי Y_i מספר המכתבים שאביתר הכניס לתא הדואר ה- i . משקלו של כל מכתב מפולג גיאומטרית עם פרמטר q . יהי Z_i המשקל הכולל של המכתבים שהונחו בתא ה- i .

13. המשתנה המקרי Y_i הינו בעל התפלגות:

- א. גיאומטרית עם פרמטר p .
ב. גיאומטרית עם פרמטר $\frac{p}{6}$.
ג. גיאומטרית עם פרמטר שאינו p ואינו $\frac{p}{6}$.
ד. אף תשובה מהנייל אינה נכונה.

14. ההתפלגות של התוחלת המותנה $E(Y_i | X)$ הינה:

- א. התפלגות גיאומטרית.
ב. התפלגות בינומית.
ג. התוחלת המותנה היא מספר ולא משתנה מקרי, ולכן אין לה התפלגות.
ד. אף תשובה מהנייל אינה נכונה.

15. השונות $Var(Y_i)$ שווה:

- א. $\frac{5-5p}{36p^2}$.
ב. $\frac{36-6p}{p^2}$.
ג. $\frac{1+4p}{36p^2}$.
ד. אף תשובה מהנייל אינה נכונה.

16. התוחלת $E(Z_i)$ שווה:

- א. $\frac{1}{q}$.
ב. $Y_i \frac{1-q}{q^2}$.
ג. 0.
ד. אף תשובה מהנייל אינה נכונה.

17. השונות המותנה $Var(Z_i | Y_i)$ שווה:

- א. $Y_i \frac{1-q}{q^2}$.
ב. $Var(Y_i) \frac{1-q}{q^2}$.
ג. $Var(Y_i) \frac{1}{q^2}$.
ד. אף תשובה מהנייל אינה נכונה.

18. מקדם המתאם $\rho(Y_i, Z_i)$ שווה:

א. $\rho(Y_i, Z_i) = 0$ ב. $0 < \rho(Y_i, Z_i) < 1$ ג. $\rho(Y_i, Z_i) = 1$

ד. אף תשובה מהני"ל אינה נכונה.

19. ההתפלגות של Z_i הינה:

א. גיאומטרית עם פרמטר pq .

ב. גיאומטרית עם פרמטר $\min\{p, q\}$.

ג. גיאומטרית עם פרמטר $\max\{p, q\}$.

ד. אף תשובה מהני"ל אינה נכונה.

