

סמסטר ב', מועד ב', תש"ע, 16.8.2010

בחינה ב"מבוא להסתברות" (המרצה: פרופ' יצחק מלכסון)

משך הבחינה שלוש שעות.

מותר להשתמש ב- 3 דפי סיכומים כתובים או מודפסים (דו-צדדיים) ובמחשבון.

השאלון מורכב מ-19 שאלות. כל תשובה נכונה ב- 6+ נקודות וכל תשובה לא נכונה מזכה

ב- 2- נקודות. מותר לסמן יותר מתשובה אחת לשאלה. אם צברת S נקודות, ציוןך $\min(S, 100)$.

יש לרשום את התשובות הסופיות לשאלות בטבלאות הבאות (מחברת הבחינה ושאר הדפים בטופס המבחן משמשים לטיוטא בלבד ולא ייבדקו).

בהצלחה!!!

	1	2	3	4	5	6
א						
ב						
ג						
ד						

	7	8	9	10	11	12
א						
ב						
ג						
ד						

	13	14	15	16	17	18	19
א							
ב							
ג							
ד							

סוגיה ראשונה

יהי X מ"מ פואסוני עם פרמטר $\lambda = 10$. יהי Z מ"מ בלתי-תלוי ב- X עם ההתפלגות $P(Z=0.9)=0.2=1-P(Z=0.6)$. יהי Y מ"מ נוסף, עם התפלגות מותנה בינומית בהינתן X ו- Z :

$$Y | (X = x, Z = z) \sim \text{Bin}(x, z)$$

1. לאיזו משפחת התפלגויות שייכת ההתפלגות המותנית של Y בהינתן ש- $Z=0.9$?

א. גיאומטרית.

ב. בינומית שלילית אך לא גיאומטרית.

ג. פואסונית.

ד. אף תשובה מהני"ל אינה נכונה.

2. לאיזו משפחת התפלגויות שייכת ההתפלגות המותנית של Y בהינתן ש- $X=20$?

א. היפרגיאומטרית.

ב. בינומית.

ג. אחידה.

ד. אף תשובה מהני"ל אינה נכונה.

3. מהי התוחלת של Y ?

א. 6

ב. 6.6

ג. 8.04

ד. אף תשובה מהני"ל אינה נכונה.

4. מה השונות של Y ?

א. 6

ב. 6.6

ג. 8.04

ד. אף תשובה מהני"ל אינה נכונה.

5. באיזה תחום נמצא מקדם המתאם בין X ל- Z :

א. $\rho(X, Z) = 1$

ב. $0 < \rho(X, Z) < 1$

ג. $\rho(X, Z) = 0$

ד. $\rho(X, Z) < 0$

6. חשב את $E(Z | X = Y = 2)$:

א. 0.660

ב. 0.708

ג. 0.792

ד. אף תשובה מהני"ל אינה נכונה.

סוגיה שניה:

קופסה מכילה מספר מקרי X של כדורים לבנים ועוד $100-X$ כדורים אדומים ($0 \leq X \leq 100$). ההתפלגות של X אינה ידועה, אך ידוע ש- $E(X) = 25$. מוציאים 2 כדורים מהכד באופן מקרי עם החזרה.

7. ההסתברות שהכדור הראשון הוא לבן היא:

א. 0.25 ב. $\frac{25!75!}{100!}$

ג. אי אפשר לחשב הסתברות זו בלי לדעת את הערך של X .

ד. כדי לחשב הסתברות זו אין צורך בערך של X , אבל דרושה ההתפלגות של X .

8. ההסתברות ששני הכדורים הם לבנים היא:

א. $\frac{25 \cdot 24}{100 \cdot 99}$ ב. $\frac{1}{16}$

ג. אי אפשר לחשב הסתברות זו בלי לדעת את הערך של X .

ד. כדי לחשב הסתברות זו אין צורך בערך של X , אבל דרושה השונות של X .

9. הצבעים של שני הכדורים הם בלתי-תלויים:

א. אם ורק אם ההתפלגות של X היא אחידה.

ב. אף פעם לא.

ג. אם ורק אם ההתפלגות של X היא מנוונת (כלומר X קבוע).

ד. תמיד.

10. בנוסף לתוחלת הנתונה, ידוע שהשונות של X היא 25. ההסתברות ששני הכדורים הם לבנים היא:

א. $\frac{13}{200}$ ב. $\frac{25}{396}$

ג. אי אפשר לחשב הסתברות זו בלי לדעת את הערך של X .

ד. כדי לחשב הסתברות זו אין צורך בערך של X , אבל דרושה ההתפלגות של X .

11. כמו שאלה 8, אלא שהכדור השני הוצא מבלי להחזיר קודם את הראשון.

א. $\frac{13}{200}$ ב. $\frac{25}{396}$

ג. אי אפשר לחשב הסתברות זו בלי לדעת את הערך של X .

ד. כדי לחשב הסתברות זו אין צורך בערך של X , אבל דרושה ההתפלגות של X .

12. בהינתן התוחלת והשונות של X כנ"ל, האם ייתכן ש- $P(X > 75) = 0.2$?

א. לא, מפני שהיא קטנה מ- $1/9$ לפי אי"ש מרקוב.

ב. כן, מפני שהסתברות זו קטנה מ- $1/3$ לפי אי"ש מרקוב.

ג. לא, מפני שהיא קטנה מ- $1/100$ לפי אי"ש צ'בישב.

ד. אף אחת מהתשובות הנ"ל.

סוגיה שלישית:

במשרד הדואר נמצאים 6 תאי דואר. אביתר הדוור מגיע עם X מכתבים ומחלק אותם באופן מקרי בין תאי הדואר: עבור כל מכתב אביתר מטיל קובייה הוגנת ומכניס את המכתב לתא הדואר המתאים לתוצאת ההטלה. מספר המכתבים X שיש לאביתר מפולג גיאומטרית עם פרמטר p . יהי Y_i מספר המכתבים שאביתר הכניס לתא הדואר ה- i . משקלו של כל מכתב מפולג גיאומטרית עם פרמטר q . יהי Z_i המשקל הכולל של המכתבים שהונחו בתא ה- i .

13. המשתנה המקרי Y_i הינו בעל התפלגות:

- א. גיאומטרית עם פרמטר p .
ב. גיאומטרית עם פרמטר $\frac{p}{6}$.
ג. גיאומטרית עם פרמטר שאינו p ואינו $\frac{p}{6}$.
ד. אף תשובה מהנייל אינה נכונה.

14. ההתפלגות של התוחלת המותנה $E(Y_i | X)$ הינה:

- א. התפלגות גיאומטרית.
ב. התפלגות בינומית.
ג. התוחלת המותנה היא מספר ולא משתנה מקרי, ולכן אין לה התפלגות.
ד. אף תשובה מהנייל אינה נכונה.

15. השונות $Var(Y_i)$ שווה:

- א. $\frac{5-5p}{36p^2}$.
ב. $\frac{36-6p}{p^2}$.
ג. $\frac{1+4p}{36p^2}$.
ד. אף תשובה מהנייל אינה נכונה.

16. התוחלת $E(Z_i)$ שווה:

- א. $\frac{1}{q}$.
ב. $Y_i \frac{1-q}{q^2}$.
ג. 0.
ד. אף תשובה מהנייל אינה נכונה.

17. השונות המותנה $Var(Z_i | Y_i)$ שווה:

- א. $Y_i \frac{1-q}{q^2}$.
ב. $Var(Y_i) \frac{1-q}{q^2}$.
ג. $Var(Y_i) \frac{1}{q^2}$.
ד. אף תשובה מהנייל אינה נכונה.

18. מקדם המתאם $\rho(Y_i, Z_i)$ שווה:

א. $\rho(Y_i, Z_i) = 0$ ב. $0 < \rho(Y_i, Z_i) < 1$ ג. $\rho(Y_i, Z_i) = 1$

ד. אף תשובה מהני"ל אינה נכונה.

19. ההתפלגות של Z_i הינה:

א. גיאומטרית עם פרמטר pq .

ב. גיאומטרית עם פרמטר $\min\{p, q\}$.

ג. גיאומטרית עם פרמטר $\max\{p, q\}$.

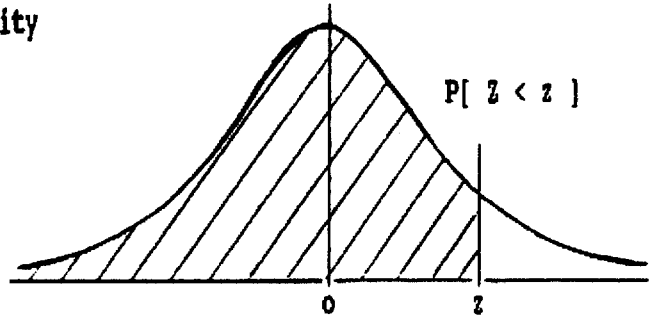
ד. אף תשובה מהני"ל אינה נכונה.

STANDARD STATISTICAL TABLES

1. Areas under the Normal Distribution

The table gives the cumulative probability up to the standardised normal value z i.e.

$$P\{ Z < z \} = \int_{-\infty}^z \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2}z^2\right) dz$$



z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5159	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7854
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8804	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9773	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9865	0.9868	0.9871	0.9874	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9924	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9980	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.9986	0.9990	0.9993	0.9995	0.9997	0.9998	0.9998	0.9999	0.9999	1.0000