

סמסטר ב', מועד א', תשע"א, 13.6.2011

בחינה ב"מבוא להסתברות" (המרצה: פרופ' אילון סולן)

משך הבחינה שלוש שעות.
מותר להשתמש בדף סיכום יחיד (דו-צדדי, כתוב או מודפס) ובמחשבון (ללא יכולות גרפיות/תכנותיות).

השאלון מורכב מ-20 שאלות. כל תשובה נכונה מזכה ב-6 + נקודות וכל תשובה שגויה מזכה ב-2- נקודות. מותר לסמן יותר מתשובה אחת לשאלה.
אם צברת S נקודות, ציוןך $\min(S, 100)$.
ייבדקו רק הסימונים בטבלה שבהמשך עמוד זה. שאר טופס המבחן והמחברת משמשים כטייטא בלבד ולא יבדקו.
יש למלא את מספר תעודת הזהות בשורה המתאימה.

בהצלחה!!!

תעודת זהות: _____

יש לסמן את התשובות בשלוש הטבלאות הבאות. את הסימונים לכל שאלה יש לסמן בעמודה המתאימה.

	1	2	3
א			
ב			
ג			
ד			

	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
א										
ב										
ג										
ד										

	14	15	16	17	18	19	20
א							
ב							
ג							
ד							

סוגיה ראשונה

יהיו X ו- Y שני משתנים מקריים כלשהם (תלויים או בלתי תלויים) ויהי Z משתנה מקרי ברנולי עם פרמטר p בלתי תלוי ב- X וב- Y .
נגדיר: $W = ZX + (1-Z)Y$ ו- $R = pX + (1-p)Y$.

1. מה ניתן להגיד על התוחלות של W ושל R ?

(א) התוחלות שוות.

(ב) התוחלת של W קטנה יותר מהתוחלת של R .

(ג) התוחלת של W גדולה יותר גדולה יותר מהתוחלת של R .

(ד) הנתונים אינם מספיקים לקבוע את היחס בין התוחלות.

2. השונות של W היא:

(א) $p\text{Var}(X) + (1-p)\text{Var}(Y)$

(ב) $p^2 \text{Var}(X) + (1-p)^2 \text{Var}(Y)$

(ג) $p^2 \text{Var}(X) + (1-p)^2 \text{Var}(Y) + 2p(1-p)\text{Cov}(X, Y)$

(ד) $p\text{Var}(X) + (1-p) \text{Var}(Y) + p(1-p)(E[X]-E[Y])^2$

3. מה ניתן להגיד על השונויות של W ושל R ?

(א) $\text{Var}(W) = \text{Var}(R)$

(ב) $\text{Var}(W) \leq \text{Var}(R)$ ולא ניתן לומר ש-(א) בהכרח מתקיים.

(ג) $\text{Var}(W) \geq \text{Var}(R)$ ולא ניתן לומר ש-(א) בהכרח מתקיים.

(ד) הנתונים אינם מספיקים לקבוע את היחס בין השונויות.

סוגיה שנייה

נתונה קובייה הוגנת (שבה כל פאה מתקבלת בהסתברות $1/6$) עם 2 פאות לבנות ו-4 פאות שחורות. מטילים את הקובייה שוב ושוב עד שבסדרת ההטלות מתקבלות פאות משני הצבעים. יהי X מספר הפעמים שהקובייה הוטלה (כלומר, מספר ההטלות עד שהתקבלו פאות משני הצבעים). יהי W מספר ההטלות עד הפעם הראשונה שמתקבלת פאה לבנה. יהי B מספר ההטלות עד הפעם הראשונה שמתקבלת פאה שחורה.

4. ההתפלגות של X היא :

(א) גיאומטרית

(ב) בינומית

(ג) בינומית שלילית (אך לא גיאומטרית)

(ד) אף תשובה אינה נכונה.

5. מה היא ההסתברות ש- X שווה ל-4?

(א) $1/16$

(ב) $10/81$

(ג) $17/81$

(ד) $2/9$

6. מה היא ההסתברות ש- X גדול ממש מ-4?

(א) $1/16$

(ב) $10/81$

(ג) $17/81$

(ד) $2/9$

7. מה היא ההסתברות ש- X שווה ל-5 בהינתן ש- X גדול ממש מ-4?

(א) $2/27$

(ב) $6/17$

(ג) $1/2$

(ד) אף תשובה אינה נכונה.

8. איך מתפלג X בהינתן ש- W שווה ל-1?

(א) $X-1$ מתפלג גיאומטרית

(ב) $X-2$ מתפלג גיאומטרית

(ג) X מתפלג בינומית שלילית

(ד) אף תשובה אינה נכונה

9. מה היא השונות של X בהינתן ש- W שווה ל-1?

(א) 0.25

(ב) 0.75

(ג) 2

(ד) אף תשובה אינה נכונה

10. השונות של X בהינתן ש- W שווה ל-2:

(א) גדולה יותר מאשר התשובה לסעיף 9.

(ב) קטנה יותר מאשר התשובה לסעיף 9.

(ג) שווה לתשובה בסעיף 9.

(ד) אין מספיק נתונים כדי לענות על השאלה.

11. למה שווה התוחלת של X ?

(א) 2.25

(ב) 3

(ג) 3.5

(ד) 4

12. למה שווה השונות של X ?

(א) 0.5

(ב) 3.375

(ג) 4.25

(ד) 4.75

13. מה היא השונות המשותפת בין B ו- W ?

(א) -6.75

(ב) -1

(ג) 0

(ד) 6.75

סוגיה שלישית

מחלקים 24 ילדים לשתי קבוצות, A ו-B, כך שכל ילד באופן בלתי תלוי באחרים שייך בהסתברות שווה לכל קבוצה.
יהי X_0 מספר הילדים בקבוצה A.

14. ההתפלגות של המשתנה המקרי X_0 היא?

(א) בינומית

(ב) אחידה

(ג) היפרגאומטרית

(ד) גאומטרית

אחר החלוקה הראשונית בוחרים באקראי ילד מבין 24 הילדים ומעבירים אותו מהקבוצה שבה היה לקבוצה השניה. חוזרים על כך שוב ושוב באופן בלתי תלוי בין הבחירות. נגדיר:

X_n - מספר הילדים בקבוצה A לאחר n העברות.

Y_n - מספר הילדים בקבוצה B לאחר n העברות.

15. מהי השונות של X_{17} ?

(א) 12

(ב) 6

(ג) 3

(ד) לא ניתן לדעת מהנתונים.

16. המשתנים המקריים $X_0, X_1, X_2, \dots, X_n$ הינם:

(א) תלויים ושווי התפלגות

(ב) בלתי תלויים ושווי התפלגות

(ג) בלתי תלויים ושוני התפלגות

(ד) תלויים ושוני התפלגות

17. למה שווה $E[X_1 | X_0]$?

(א) 12

(ב) $1 + \frac{11}{12} X_1$

(ג) $1 + \frac{11}{12} X_0$

(ד) 23/12

18. למה שווה $E[X_1 \cdot X_0 | X_0]$?

(א) 72

(ב) 144

(ג) $X_0 + \frac{11}{12} X_1 X_0$

(ד) $X_0 + \frac{11}{12} X_0^2$

19. מה הוא מקדם המתאם בין X_0 ל- X_1 ?

(א) 11/18

(ב) 11/12

(ג) 1

(ד) אף תשובה איננה נכונה

20. מה הוא מקדם המתאם בין X_n ל- Y_n ?

(א) -1

(ב) 1

(ג) 0

(ד) -0.7