

מועד א' – מבוא להסתברות

12 לאוקטובר 2012

מרצה: ד"ר גלית אשכנזי-גולן

משך הבחינה שלוש שעות

מותר להשתמש ב-3 דפי סיכומים כתובים או מודפסים (דו-צדדיים) ובמחשבון.

השאלון מורכב מ-19 שאלות. כל תשובה נכונה מזכה ב +6 נקודות וכל תשובה לא נכונה מזכה ב-2-

נקודות. מותר לסמן יותר מתשובה אחת לשאלה. אם צברת 5 נקודות ציוןך  $\min(5,100)$ .

יש לרשום את התשובות הסופיות לשאלות בטבלאות הבאות (מחברת הבחינה ושאר הדפים בטופס

המבחן משמשים לטייטא בלבד ולא יבדקו)

בהצלחה!!

	שאלה 1	שאלה 2	שאלה 3
א			
ב			
ג			
ד			

	שאלה 4	שאלה 5	שאלה 6	שאלה 7	שאלה 8	שאלה 9
א						
ב						
ג						
ד						

	שאלה 10	שאלה 11	שאלה 12	שאלה 13
א				
ב				
ג				
ד				

	שאלה 14	שאלה 15	שאלה 16	שאלה 17	שאלה 18	שאלה 19
א						
ב						
ג						
ד						

## סוגיה ראשונה:

הר געש א' מתפרץ לפי התפלגות פואסונית עם תוחלת של התפרצות אחת בשנה  
הר געש ב' מתפרץ לפי התפלגות פואסונית עם תוחלת של התפרצות אחת בחצי שנה, באופן בלתי תלוי בהר געש  
א'.

ידוע שבשנתיים האחרונות היו בסך הכל חמש התפרצויות.

נסמן:

$X$  – מספר ההתפרצויות בשנתיים האחרונות של הר געש א'

$X^*$  – מספר ההתפרצויות בשנה האחרונה של הר געש א'

$Y$  – מספר ההתפרצויות בשנתיים האחרונות של הר געש ב'

$Y^*$  – מספר ההתפרצויות בשנה האחרונה של הר געש ב'

$W$  – מספר ההתפרצויות בשנתיים האחרונות של שני הרי הגעש גם יחד

$W^*$  – מספר ההתפרצויות בשנה האחרונה של שני הרי הגעש גם יחד

שאלה 1:

פונקציה יוצרת מומנטים של  $X$  בהינתן  $W = 5$  היא:

א.  $e^{2(e^t-1)}$

ב.  $\frac{\frac{1}{3}e^t}{1-\frac{2}{3}e^t}$

ג.  $\left(\frac{1}{3}e^t + 2/3\right)^5$

שאלה 2:

$$X^* | W=6, W^*=3, X=2$$

- א. מתפלג פואסונית
- ב. מתפלג היפרגיאומטרית
- ג. מתפלג בינומית
- ד. אף אחת מהתשובות א' – ג' אינה נכונה

שאלה 3:

$$V(X|X^*=2)$$

- א. גדול מ-1
- ב. שווה 1
- ג. קטן מ 1
- ד. לא ניתן לדעת

סוגיה שניה:

מטילים 10 פעמים קוביה הוגנת.

נגדיר  $X_i$  להיות התוצאה של ההטלה ה- $i$

נגדיר "רצף עולה באורך 2" להתחיל בהטלה ה- $i$  אם  $X_i < X_{i+1}$

"רצף עולה באורך 3" מתחיל בהטלה ה- $i$  אם  $X_i < X_{i+1} < X_{i+2}$

ובאופן כללי, "רצף עולה באורך  $k$ " מתחיל בהטלה ה- $i$  אם  $X_i < X_{i+1} < \dots < X_{i+k}$

אם  $X_i \geq X_{i+1}$  נאמר שבמקום ה- $i$  מתחיל "רצף עולה באורך 1"

(שימו לב ש, למשל, כאשר במקום מסויים מתחיל רצף עולה באורך 3, אזי מתחיל בו גם רצף עולה באורך 2)

שאלה 4:

הסיכוי שיתחיל רצף עולה באורך 2 בהטלה הראשונה הוא:

- א.  $1/6$
- ב.  $1/36$
- ג.  $1/2$
- ד.  $5/12$

שאלה 5:

שונות מספר הרצפים העולים באורך 2 היא:

- א.  $307/144$
- ב.  $315/144$
- ג.  $323/144$
- ד. אף אחת מהתשובות א' - ג' אינה נכונה

**שאלה 6:**

נגדיר משתנה מקרי מציין (אינדיקטור)  $Y$  שערכו יהיה 1 אם רצף עולה באורך 2 לפחות מתחיל בהטלה הראשונה.

מקדם המתאם בין  $Y$  לבין  $X_2$  הוא:

- א. חיובי
- ב. שלילי
- ג. סימנו אפס
- ד. לא ניתן לדעת

**שאלה 7:**

נגדיר  $W$  להיות אורך הרצף העולה המקסימלי המתחיל במקום הראשון.

התוחלת של  $W$  היא:

- א. 1.621
- ב. 1.521
- ג. 1.688
- ד. אף אחת מהתשובות א'-ג' אינה נכונה

**שאלה 8:**

התפלגות  $W$  היא:

- א. גיאומטרית
- ב. אחידה
- ג. היפרגיאומטרית
- ד. אף אחת מהתשובות א'-ג' אינן נכונות

### שאלה 9:

אם ידוע שישנו רצף באורך 6 בעשרת ההטלות, מהי שונות המשתנה המקרי  $T$  - מספר הפעמים שהופיעה התוצאה "6" בעשר ההטלות?

א.  $V(T) = 25/18$

ב.  $V(T) = 25/36$

ג.  $V(T) = 5/9$

ד. אף אחת מהתשובות א'-ג' אינן נכונה

### סוגיה שלישית:

מטילים זוג של קוביות, אדומה וכחולה 100 פעמים.

עבור כל הטלה נגדיר:

$X_i$  להיות תוצאת הקוביה האדומה בהטלה ה- $i$

$Y_i$  להיות תוצאת הקוביה הכחולה בהטלה ה- $i$

$W_i$  להיות סכום תוצאות הקוביות בהטלה ה- $i$

$V_i$  להיות  $\text{Max}\{X_i, Y_i\}$

### שאלה 10:

$$X_i \mid W_i = 7$$

א. מתפלג בינומי

ב. מתפלג אחיד

ג. מתפלג היפרגיאומטרי

ד. אף אחת מהתשובות א' - ג' אינה נכונה

### שאלה 11:

$$\rho(X_i, Y_i - W_i)$$

א. הוא אפס

ב. הוא אחד

ג. הוא מינוס אחד

ד. אף אחת מהתשובות א'-ג' אינה נכונה

### שאלה 12:

מספר הפעמים, מתוך 99, בהם  $x_{i+1} < v_i$

- א. מתפלג בקירוב גיאומטרית
- ב. מתפלג בקירוב התפלגות פואסונית
- ג. מתפלג בקירוב התפלגות נורמלית
- ד. אף תשובה מתוך א' – ג' אינן נכונות

### שאלה 13:

- 1.  $\text{Var}(w_i | v_i)$  היא פונקציה עולה של  $v_i$
- 2.  $E[W_i | v_i]$  היא פונקציה עולה של  $v_i$

- א. רק 1 נכון
- ב. רק 2 נכון
- ג. גם 1 וגם 2 נכונים
- ד. גם 1 וגם 2 אינם נכונים

### סוגיה רביעית:

בלוח שבו 9 משבצות מסודרות  $3 \times 3$ , מסדרים באקראי ארבעה סימני X, וארבעה סימני 0. כל סימן במשבצת. (משבצת אחת נשארת ריקה)

שחקן X ייחשב כמנצח של המשחק אם סימני האיכס ישלימו שורה שלמה, עמודה שלמה, או אלכסון.

### שאלה 14:

הסיכוי ששחקן X ינצח:

- א.  $4/63$
- ב.  $8/21$
- ג.  $7/126$
- ד. אף אחת מהתשובות א'–ג' אינה נכונה

### שאלה 15:

אם ידוע שבמשבצת האמצעית ישנו סימן 0, הסיכוי ששחקן X ינצח הוא:

- א.  $2/35$
- ב.  $12/35$
- ג.  $2/7$
- ד. אף אחת מהתשובות א' – ג' אינה נכונה

יהי  $W$  מספר סימני ה- $X$  בשתי העמודות הימניות של הלוח

יהי  $V$  מספר סימני ה- $0$  בשתי העמודות השמאליות

**שאלה 16:**

התפלגות  $W$  היא:

- א. בינומית
- ב. אחידה
- ג. היפרגיאומטרית
- ד. אף אחת מהתשובות א' - ג' אינה נכונה

**שאלה 17:**

מקדם המתאם בין  $W$  ל- $V$  הוא:

- א. בסימן חיובי
- ב. בסימן שלילי
- ג. הם בלתי מתואמים
- ד. לא ניתן לדעת

**שאלה 18:**

- א.  $P(W=V) = P(W>V)$
- ב.  $P(W=V) < P(W>V)$
- ג.  $P(W=V) > P(W>V)$
- ד. לא ניתן לדעת

**שאלה 19:**

- א.  $\text{Var}(V|W=1) < \text{Var}(V|W=4)$
- ב.  $\text{Var}(V|W=1) = \text{Var}(V|W=4)$
- ג.  $\text{Var}(V|W=1) > \text{Var}(V|W=4)$
- ד. לא ניתן לדעת