

סמסטר ב', מועד ב', תשע"א, 12.9.2011

## בחינה ב"מבוא להסתברות" המרצה: פרופ' אילון סולן

משך הבחינה שלוש שעות.  
מותר להשתמש בדף סיכום יחיד (דו-צדדי, כתוב או מודפס) ובמחשבון (ללא יכולות גרפיות/תכנותיות).

השאלון מורכב מ-20 שאלות. כל תשובה נכונה מזכה ב-6+ נקודות וכל תשובה שגויה מזכה ב-2- נקודות. מותר לסמן יותר מתשובה אחת לשאלה.  
אם צברת S נקודות, ציוןך  $\min(S, 100)$ .  
ייבדקו רק הסימונים בטבלה שבהמשך עמוד זה. שאר טופס המבחן והמחברת משמשים כטיוטא בלבד ולא יבדקו.  
יש למלא את מספר תעודת הזהות בשורה המתאימה.

בהצלחה!!!

תעודת זהות: \_\_\_\_\_

יש לסמן את התשובות בשתי הטבלאות הבאות. את הסימונים לכל שאלה יש לסמן בעמודה המתאימה.

|   | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|
| א |   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |
| ב |   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |
| ג |   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |
| ד |   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |

|   | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |
|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| א |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
| ב |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
| ג |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
| ד |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |

תשובות נכונות: \_\_\_\_\_

תשובות שגויות: \_\_\_\_\_

ציון: \_\_\_\_\_

## סוגיה ראשונה

נתונה קובייה "הוגנת" (שבה כל פאה מתקבלת בסיכוי  $1/6$ ) שעל 2 מפאותיה כתוב "0" ועל 4 מפאותיה כתוב "1". מטילים את הקובייה 360 פעמים.  
נגדיר: לכל  $i$  בין 1 ל-360:  $X_i$  – תוצאת ההטלה ה- $i$  (0 או 1).

$S$  – סכום כל 360 ההטלות.

1. מי מההיגדים הבאים נכון:

- (א) ע"פ אי-שויון מרקוב ניתן להסיק כי  $P(S < 260)$  היא לכל היותר  $12/13$ .
- (ב) ע"פ אי-שויון מרקוב ניתן להסיק כי  $P(S < 260)$  היא לכל הפחות  $12/13$ .
- (ג) ע"פ אי-שויון צ'בישב ניתן להסיק כי  $P(S < 260)$  היא לכל היותר 0.8.
- (ד) ע"פ אי-שויון צ'בישב ניתן להסיק כי  $P(S < 260)$  היא לכל הפחות 0.8.

2. על פי הקירוב הנורמלי, באיזה תחום נמצא  $P(231 \leq S \leq 249)$ ?

(א) מעל ל-0.9.

(ב) בין 0.75 ל-0.

(ג) בין 0.6 ל-0.75.

(ד) מתחת ל-0.6.

נגדיר:  $L$  – סכום 270 ההטלות הראשונות ( $X_1 + \dots + X_{270}$ ).

$R$  – סכום 270 ההטלות האחרונות ( $X_{91} + \dots + X_{360}$ ).

3. ההתפלגות של המשתנה המקרי  $L$  היא?

(א) בינומית.

(ב) היפר-גאומטרית.

(ג) אחידה.

(ד) אף תשובה מהני"ל אינה נכונה.

4. ההתפלגות של המשתנה המקרי  $L$  בהינתן ש- $S=250$  היא?

(א) בינומית.

(ב) היפר-גאומטרית.

(ג) אחידה.

(ד) אף תשובה מהני"ל אינה נכונה.

5. ההתפלגות של המשתנה המקרי L בהינתן ש- R=150 היא:

(א) בינומית.

(ב) היפר-גאומטרית.

(ג) אחידה.

(ד) אף תשובה מהני"ל אינה נכונה.

6. מה היא ההסתברות ש- L=50 בהינתן ש- S=100?

$$(א) \frac{\binom{90}{50} \cdot \binom{270}{50}}{\binom{360}{100}}$$

$$(ב) \binom{360}{100} \left(\frac{2}{3}\right)^{100} \left(\frac{1}{3}\right)^{160}$$

$$(ג) \frac{\binom{270}{50}}{\binom{360}{100} \left(\frac{2}{3}\right)^{50} \left(\frac{1}{3}\right)^{140}}$$

(ד) אף תשובה מהני"ל אינה נכונה.

7. מה היא התוחלת של L בהינתן ש- R=150?

(א) 150.

(ב) 160.

(ג) 180.

(ד) אף תשובה מהני"ל אינה נכונה.

8. מה היא השונות של S בהינתן ש- R=150?

(א) 20.

(ב) 50.

(ג) 80.

(ד) אף תשובה מהני"ל אינה נכונה.

9. מה היא השונות המשותפת בין  $L$  ו- $R$ ?

(א) 0.

(ב) 30.

(ג) 60.

(ד) אף תשובה מהני"ל אינה נכונה (40).

10. מה היא השונות של  $R+L$ ?

(ה) 80.

(ו) 120.

(ז) 200.

(ח) אף תשובה מהני"ל אינה נכונה.

### סוגיה שניה

100 אנשים עומדים בתור. לכל אחד מהם פתק עם מספרו בתור. כעת, האנשים מחליפים באקראי את הפתקים ביניהם, כך שכל 100 הסידורים האפשריים של הפתקים הם שווי הסתברות.

נגדיר:

L - כמות האנשים שקיבלו פתק עם מספר נמוך יותר מהמספר המקורי שהיה להם.

H - כמות האנשים שקיבלו פתק עם מספר גבוה יותר מהמספר המקורי שהיה להם.

E – כמות האנשים שקיבלו חזרה את אותו הפתק.

11. ההתפלגות של המשתנה המקרי E היא:

(א) בינומית.

(ב) אחידה.

(ג) פואסונית.

(ד) אף תשובה אינה נכונה.

12. התוחלת של E היא:

(א) 1.

(ב)  $100/99$ .

(ג)  $100/3$ .

(ד) אין די נתונים לקבוע את התוחלת.

13. התוחלת של L היא:

(א)  $100/3$ .

(ב) 49.5.

(ג) 50.

(ד) אין די נתונים לקבוע את התוחלת.

14. מה היא השונות המשותפת בין  $L+E$  ל- $H$ , כלומר, הגודל  $\text{cov}(L+H,E)$ ?

(א) -1.

(ב) -0.75.

(ג) 0.

(ד) אין די נתונים לקבוע את השונות המשותפת.

15. איזה מההיגדים הבאים על המשתנים המקריים  $L$  ו- $H$  נכון?

(א)  $L$  ו- $H$  הם משתנים מקריים זהים ותלויים.

(ב)  $L$  ו- $H$  הם משתנים מקריים שווי התפלגות ותלויים.

(ג)  $L$  ו- $H$  הם משתנים מקריים שווי התפלגות ובלתי-תלויים.

(ד)  $L$  ו- $H$  הם משתנים מקריים זהים ובלתי-תלויים.

עבור שתי השאלות הבאות (שאלות 16-17) ידוע כי אלי (אחד האנשים בתור) קיבל מספר קטן יותר ממספרו המקורי.

16. מה היא ההסתברות שמספרו המקורי של אלי היה  $k$  (בהינתן הנתון לעיל)?

(א)  $(k-1)/5000$

(ב)  $(k-1)/4950$

(ג)  $(k-1)/100$

(ד)  $1/100$

17. מה היא ההסתברות שמספרו החדש של אלי היה  $k$  (בהינתן הנתון לעיל)?

(א)  $(100-k)/4950$

(ב)  $(99-k)/5000$

(ג)  $(100-k)/99$

(ד)  $1/100$

18. נתון כי בני (אחד האנשים בתור) קיבל מספר הזהה למספרו המקורי. מה היא

ההסתברות שמספרו המקורי של בני היה  $k$ ?

(א)  $(k-1)/5000$

(ב)  $(k-1)/4950$

(ג)  $(k-1)/100$

(ד)  $1/100$

19. נתון כי  $E=1$ . מה היא ההסתברות המותנית ש-  $L>H$ ?

(א)  $1/3$

(ב)  $0.495$

(ג)  $0.5$

(ד) אין די נתונים לקבוע את הסיכוי למאורע הנ"ל.

כעת, האנשים מחליפים באקראי את הפתקים ביניהם פעם נוספת.

נגדיר:

$L'$  - כמות האנשים שקיבלו לאחר ההחלפה השניה פתק חדש עם מספר נמוך יותר מהמספר המקורי שהיה להם (לפני ההחלפות).

$H'$  - כמות האנשים שקיבלו ההחלפה השניה פתק חדש עם מספר גבוה יותר מהמספר המקורי שהיה להם (לפני ההחלפות).

$E'$  - כמות האנשים שקיבלו לאחר ההחלפה השניה את הפתק המקורי שהיה להם (לפני ההחלפות).

20. איזה מההיגדים הבאים על  $L$  ו-  $L'$  נכון?

(א)  $L$  ו-  $L'$  הם משתנים מקריים זהים ותלויים.

(ב)  $L$  ו-  $L'$  הם משתנים מקריים שווי התפלגות ותלויים.

(ג)  $L$  ו-  $L'$  הם משתנים מקריים שווי התפלגות ובלתי-תלויים.

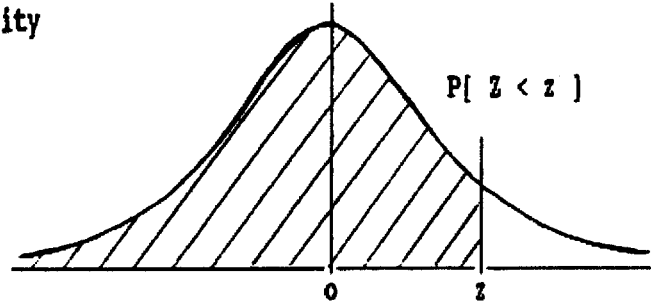
(ד)  $L$  ו-  $L'$  הם משתנים מקריים זהים ובלתי-תלויים.

## STANDARD STATISTICAL TABLES

### 1. Areas under the Normal Distribution

The table gives the cumulative probability up to the standardised normal value  $z$  i.e.

$$P[ Z < z ] = \int_{-\infty}^z \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp(-\frac{1}{2}z^2) dz$$



| $z$ | 0.00   | 0.01   | 0.02   | 0.03   | 0.04   | 0.05   | 0.06   | 0.07   | 0.08   | 0.09   |
|-----|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 0.0 | 0.5000 | 0.5040 | 0.5080 | 0.5120 | 0.5159 | 0.5199 | 0.5239 | 0.5279 | 0.5319 | 0.5359 |
| 0.1 | 0.5398 | 0.5438 | 0.5478 | 0.5517 | 0.5557 | 0.5596 | 0.5636 | 0.5675 | 0.5714 | 0.5753 |
| 0.2 | 0.5793 | 0.5832 | 0.5871 | 0.5910 | 0.5948 | 0.5987 | 0.6026 | 0.6064 | 0.6103 | 0.6141 |
| 0.3 | 0.6179 | 0.6217 | 0.6255 | 0.6293 | 0.6331 | 0.6368 | 0.6406 | 0.6443 | 0.6480 | 0.6517 |
| 0.4 | 0.6554 | 0.6591 | 0.6628 | 0.6664 | 0.6700 | 0.6736 | 0.6772 | 0.6808 | 0.6844 | 0.6879 |
| 0.5 | 0.6915 | 0.6950 | 0.6985 | 0.7019 | 0.7054 | 0.7088 | 0.7123 | 0.7157 | 0.7190 | 0.7224 |
| 0.6 | 0.7257 | 0.7291 | 0.7324 | 0.7357 | 0.7389 | 0.7422 | 0.7454 | 0.7486 | 0.7517 | 0.7549 |
| 0.7 | 0.7580 | 0.7611 | 0.7642 | 0.7673 | 0.7704 | 0.7734 | 0.7764 | 0.7794 | 0.7823 | 0.7854 |
| 0.8 | 0.7881 | 0.7910 | 0.7939 | 0.7967 | 0.7995 | 0.8023 | 0.8051 | 0.8078 | 0.8106 | 0.8133 |
| 0.9 | 0.8159 | 0.8186 | 0.8212 | 0.8238 | 0.8264 | 0.8289 | 0.8315 | 0.8340 | 0.8365 | 0.8389 |
| 1.0 | 0.8413 | 0.8438 | 0.8461 | 0.8485 | 0.8508 | 0.8531 | 0.8554 | 0.8577 | 0.8599 | 0.8621 |
| 1.1 | 0.8643 | 0.8665 | 0.8686 | 0.8708 | 0.8729 | 0.8749 | 0.8770 | 0.8790 | 0.8804 | 0.8830 |
| 1.2 | 0.8849 | 0.8869 | 0.8888 | 0.8907 | 0.8925 | 0.8944 | 0.8962 | 0.8980 | 0.8997 | 0.9015 |
| 1.3 | 0.9032 | 0.9049 | 0.9066 | 0.9082 | 0.9099 | 0.9115 | 0.9131 | 0.9147 | 0.9162 | 0.9177 |
| 1.4 | 0.9192 | 0.9207 | 0.9222 | 0.9236 | 0.9251 | 0.9265 | 0.9279 | 0.9292 | 0.9306 | 0.9319 |
| 1.5 | 0.9332 | 0.9345 | 0.9357 | 0.9370 | 0.9382 | 0.9394 | 0.9406 | 0.9418 | 0.9429 | 0.9441 |
| 1.6 | 0.9452 | 0.9463 | 0.9474 | 0.9484 | 0.9495 | 0.9505 | 0.9515 | 0.9525 | 0.9535 | 0.9545 |
| 1.7 | 0.9554 | 0.9564 | 0.9573 | 0.9582 | 0.9591 | 0.9599 | 0.9608 | 0.9616 | 0.9625 | 0.9633 |
| 1.8 | 0.9641 | 0.9649 | 0.9656 | 0.9664 | 0.9671 | 0.9678 | 0.9686 | 0.9693 | 0.9699 | 0.9706 |
| 1.9 | 0.9713 | 0.9719 | 0.9726 | 0.9732 | 0.9738 | 0.9744 | 0.9750 | 0.9756 | 0.9761 | 0.9767 |
| 2.0 | 0.9773 | 0.9778 | 0.9783 | 0.9788 | 0.9793 | 0.9798 | 0.9803 | 0.9808 | 0.9812 | 0.9817 |
| 2.1 | 0.9821 | 0.9826 | 0.9830 | 0.9834 | 0.9838 | 0.9842 | 0.9846 | 0.9850 | 0.9854 | 0.9857 |
| 2.2 | 0.9861 | 0.9865 | 0.9868 | 0.9871 | 0.9874 | 0.9878 | 0.9881 | 0.9884 | 0.9887 | 0.9890 |
| 2.3 | 0.9893 | 0.9896 | 0.9898 | 0.9901 | 0.9904 | 0.9906 | 0.9909 | 0.9911 | 0.9913 | 0.9916 |
| 2.4 | 0.9918 | 0.9920 | 0.9922 | 0.9924 | 0.9927 | 0.9929 | 0.9931 | 0.9932 | 0.9934 | 0.9936 |
| 2.5 | 0.9938 | 0.9940 | 0.9941 | 0.9943 | 0.9945 | 0.9946 | 0.9948 | 0.9949 | 0.9951 | 0.9952 |
| 2.6 | 0.9953 | 0.9955 | 0.9956 | 0.9957 | 0.9959 | 0.9960 | 0.9961 | 0.9962 | 0.9963 | 0.9964 |
| 2.7 | 0.9965 | 0.9966 | 0.9967 | 0.9968 | 0.9969 | 0.9970 | 0.9971 | 0.9972 | 0.9973 | 0.9974 |
| 2.8 | 0.9974 | 0.9975 | 0.9976 | 0.9977 | 0.9977 | 0.9978 | 0.9979 | 0.9980 | 0.9980 | 0.9981 |
| 2.9 | 0.9981 | 0.9982 | 0.9982 | 0.9983 | 0.9984 | 0.9984 | 0.9985 | 0.9985 | 0.9986 | 0.9986 |
| 3.0 | 0.9986 | 0.9986 | 0.9986 | 0.9986 | 0.9986 | 0.9986 | 0.9986 | 0.9986 | 0.9986 | 0.9986 |
| 3.1 | 0.9986 | 0.9986 | 0.9986 | 0.9986 | 0.9986 | 0.9986 | 0.9986 | 0.9986 | 0.9986 | 0.9986 |
| 3.2 | 0.9986 | 0.9986 | 0.9986 | 0.9986 | 0.9986 | 0.9986 | 0.9986 | 0.9986 | 0.9986 | 0.9986 |
| 3.3 | 0.9986 | 0.9986 | 0.9986 | 0.9986 | 0.9986 | 0.9986 | 0.9986 | 0.9986 | 0.9986 | 0.9986 |
| 3.4 | 0.9986 | 0.9986 | 0.9986 | 0.9986 | 0.9986 | 0.9986 | 0.9986 | 0.9986 | 0.9986 | 0.9986 |
| 3.5 | 0.9986 | 0.9986 | 0.9986 | 0.9986 | 0.9986 | 0.9986 | 0.9986 | 0.9986 | 0.9986 | 0.9986 |
| 3.6 | 0.9986 | 0.9986 | 0.9986 | 0.9986 | 0.9986 | 0.9986 | 0.9986 | 0.9986 | 0.9986 | 0.9986 |
| 3.7 | 0.9986 | 0.9986 | 0.9986 | 0.9986 | 0.9986 | 0.9986 | 0.9986 | 0.9986 | 0.9986 | 0.9986 |
| 3.8 | 0.9986 | 0.9986 | 0.9986 | 0.9986 | 0.9986 | 0.9986 | 0.9986 | 0.9986 | 0.9986 | 0.9986 |
| 3.9 | 0.9986 | 0.9986 | 0.9986 | 0.9986 | 0.9986 | 0.9986 | 0.9986 | 0.9986 | 0.9986 | 0.9986 |
| 4.0 | 0.9986 | 0.9986 | 0.9986 | 0.9986 | 0.9986 | 0.9986 | 0.9986 | 0.9986 | 0.9986 | 0.9986 |
| z   | 3.00   | 3.10   | 3.20   | 3.30   | 3.40   | 3.50   | 3.60   | 3.70   | 3.80   | 3.90   |
| P   | 0.9986 | 0.9990 | 0.9993 | 0.9995 | 0.9997 | 0.9998 | 0.9998 | 0.9999 | 0.9999 | 1.0000 |