

מועד א' – מבוא להסתברות

11 לספטמבר 2012

מרצה: ד"ר גלית אשכנזי-גולן

משך הבחינה שלוש שעות

מותר להשתמש ב-3 דפי סיכומים כתובים או מודפסים (דו-צדדיים) ובמחשבון.

השאלון מורכב מ-19 שאלות. כל תשובה נכונה מזכה ב +6 נקודות וכל תשובה לא נכונה מזכה ב-2-

נקודות. מותר לסמן יותר מתשובה אחת לשאלה. אם צברת S נקודות ציון $\min(S, 100)$.

יש לרשום את התשובות הסופיות לשאלות בטבלאות הבאות (מחברת הבחינה ושאר הדפים בטופס

המבחן משמשים לטייטא בלבד ולא יבדקו)

בהצלחה!!

שאלה 1	שאלה 2	שאלה 3	שאלה 4	שאלה 5	
					א
					ב
					ג
					ד

שאלה 6	שאלה 7	שאלה 8	שאלה 9	שאלה 10	
					א
					ב
					ג
					ד

שאלה 11	שאלה 12	שאלה 13	שאלה 14	שאלה 15	שאלה 16	שאלה 17	
							א
							ב
							ג
							ד

שאלה 18	שאלה 19	
		א
		ב
		ג
		ד

סוגיה ראשונה:

מבצעים עשרה ניסויים בלתי-תלויים עם הסתברות p להצלחה. יהי X – מספר ההצלחות הכולל

שאלה 1:

X מתפלג:

- א. התפלגות היפרגיאומטרית
- ב. התפלגות אחידה
- ג. התפלגות בינומית
- ד. אף אחת מהתשובות א'-ג' אינה נכונה

שאלה 2:

יהי A המאורע "היתה לפחות הצלחה אחת"

יהי B המאורע "היתה הצלחה בניסוי הראשון"

- א. $P(X=2|A) > P(X=2|B)$
- ב. $P(X=2|A) < P(X=2|B)$
- ג. $P(X=2|A) = P(X=2|B)$
- ד. לא ניתן לדעת, תלוי בערכו של p

ידוע כי $X=2$. יהי Y – מספר הכישלונות עד ההצלחה הראשונה, Z – מספר הכישלונות בין ההצלחה הראשונה לשניה, W – מספר הכישלונות אחרי ההצלחה השניה

שאלה 3:

ההתפלגות של Y היא:

- א. בינומית
- ב. גיאומטרית
- ג. אחידה
- ד. אף תשובה לא נכונה

שאלה 4:

אם ידוע שההצלחה הראשונה היתה במקום השני, אז ההתפלגות של W היא:

- א. בינומית
- ב. גיאומטרית
- ג. אחידה
- ד. אף תשובה לא נכונה

שאלה 5:

לכל p נכון ש:

- 1. $P(W=2, Y=1) = P(W=3, Y=0)$
- 2. $P(W=1) = P(W=0)$

- א. רק 1 נכון
- ב. רק 2 נכון
- ג. גם 1 וגם 2 נכונים
- ד. גם 1 וגם 2 שגויים

סוגיה שניה:

בהגרלה גדולה, מספר המשתתפים חוץ ממך, מתפלג התפלגות פואסונית עם פרמטר 1000. הסיכוי של כל אחד מהמשתתפים לזכות בהגרלה הוא p (המתמודדים אינם תלויים זה בזה). הפרס הגדול, של מיליון ₪, יחולק שווה בשווה בין כל הזוכים בפרס

שאלה 6:

נסמן X – מספר המשתתפים הזוכים בפרס, Y – מספר המשתתפים שלא זוכים בפרס

- א. X ו- Y הם בלתי תלויים
- ב. X ו- Y הם בלתי תלויים אם ידוע הסכום שלהם
- ג. X ו- Y הם בלתי מתואמים גם כאשר ידוע סכומם וגם כאשר הוא לא ידוע
- ד. אף תשובה מהתשובות א'-ג' אינה נכונה

שאלה 7:

אם בהגרלה ישנם עשרים מספרים, מתוכם שמונה "מספרים זוכים". צריך לבחור שמונה מספרים, וזוכים אם מנחשים לפחות 7 מספרים מתוך שמונת המספרים הזוכים – יהא p הסיכוי לזכות

- א. $P < 1/100,000$
- ב. $1/100,000 \leq p < 1/50,000$
- ג. $1/50,000 \leq p < 1/10,000$
- ד. $P \geq 1/10,000$

שאלה 8:

מזל טוב! נודע לך כי זכית בהגרלה. מהי תוחלת סכום הזכיה שלך אם הסיכוי לזכייה הוא עשירית?

- א. $10,000 \cdot (1 - e^{-100})$
- ב. 10,000
- ג. $10,000 \cdot (100 - e^{-100})$
- ד. אף אחת מהתשובות א'-ג' אינן נכונות

רק אתה וחבר משתתפים בהגרלה.

נמשיך להניח שהסיכוי לזכייה הוא עשירית, ושהפרס מתחלק בין הזוכים.

יהי Z – הפרס בו תזכה אתה, W – הפרס בו יזכה החבר.

יהי A המאורע $W = Z$

שאלה 9:

א. $E[W+Z|A] = E[W+Z]$

ב. $E[W+Z] > E[W+Z|A]$

ג. $E[W+Z] < E[W+Z|A]$

ד. אף אחת מהתשובות א' – ג' אינה נכונה

שאלה 10:

א. $V(W+Z|A) > V(W+Z)$

ב. $V(W+Z|A) < V(W+Z)$

ג. $V(W+Z|A) = V(W+Z)$

ד. אף אחת מהתשובות אינה נכונה

סוגיה שלישית:

בגרף ישנם עשרה קודקודים, ממוספרים 1..10.

בין כל זוג של קודקודים ישנה קשת בסיכוי 0.5 באופן בלתי תלוי בקשתות האחרות (לקשת אין כיוון, היא פשוט מחברת בין שני קודקודים).

קבוצה של K קודקודים תקרא "קליקה" אם בין כל זוג מקודקודי הקליקה ישנה קשת. למשל, הקבוצה 1,5,9 תהיה קליקה אם ישנה קשת בין 1 ל-5, בין 1 ל-9, ובין 9 ל-5.

שאלה 11:

מתוך כלל הזוגות האפשריים, מספר הזוגות שהם קליקה מתפלג:

- א. פואסוני
- ב. בינומי
- ג. היפרגיאומטרי
- ד. אף אחת מהתשובות א'-ג' אינה נכונה

שאלה 12:

מתוך כלל השלושות האפשריות, מספר השלושות שהם קליקה מתפלג:

- א. פואסוני
- ב. בינומי
- ג. היפרגיאומטרי
- ד. אף אחת מהתשובות א'-ג' אינה נכונה

שאלה 13:

שונת מספר השלושות שהם קליקה היא:

- א. נמוכה מ-13
- ב. בין 13 ל-16
- ג. בין 16 ל-19
- ד. גבוהה מ-19

שאלה 14:

נמלה נמצאת על קודקוד 2, והיא מנסה להגיע לקודקוד 1. יהי p הסיכוי שהדרך הקצרה ביותר לעשות זאת היא באורך של שתי קשתות בדיוק. מה תוכלו לומר על p

- א. $0 \leq p \leq 0.25$
- ב. $0.25 < p \leq 0.5$
- ג. $0.5 < p \leq 0.75$
- ד. $0.75 < p \leq 1$

שאלה 15:

קודקוד נקרא "בודד" אם אף קשת לא מחברת אותו לקודקוד אחר. יהי X_k מספר הקודקודים הבודדים מתוך k הקודקודים הראשונים.

יהי ρ מקדם המתאם שבין X_k לבין X_j , $10 > j > k$.

- א. $\rho=1$
- ב. $0 < \rho < 1$
- ג. $-1 < \rho \leq 0$
- ד. $\rho=-1$

שאלה 16:

בהמשך לשאלה 5, כעת מגרילים באקראי את k מתוך התפלגות אחידה שבין 1 ל-10. התוחלת של X_k היא:

- א. 0.02045
- ב. 0.00976
- ג. 0.01074
- ד. אף תשובה לא נכונה

שאלה 17:

- א. $E[V(X_k|K)] > V(E[X_k | K])$
- ב. $E[V(X_k|K)] = V(E[X_k | K])$
- ג. $E[V(X_k|K)] < V(E[X_k | K])$
- ד. לא ניתן לדעת

שאלות לא קשורות לסוגיה:

שאלה 18:

מסדרים 10 כדורים, שלושה לבנים והיתר שחורים בשורה באופן אקראי. חוזרים על הניסוי עד שכל הכדורים הלבנים נמצאים במקומות זוגיים. יהא X – מספר החזרות על הניסוי.

בעזרת א"ש צ'בישב ניתן לומר כי ההסתברות:

- א. הסיכוי שערכו של X הוא 0 או גדול מ-24, קטן או שווה 11/12
- ב. הסיכוי שערכו של X גדול מ-12 קטן או שווה 10/12
- ג. הסיכוי שערכו של X רחוק מתוחלתו ביותר משתיים, קטן או שווה 11/12
- ד. אף אחד מהנ"ל

שאלה 19:

חוזרים על ניסוי סידור הכדורים בשורה 100 פעמים.

נגדיר:

X_i – מספר הכדורים הלבנים במקומות הזוגיים בחזרה ה- i של הניסוי

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^{100} X_i}{100} \text{ נגדיר}$$

העריכו לפי משפט הגבול המרכזי את ההסתברות: $p = P(1.45 \leq \bar{X} \leq 1.51)$

א. $0 \leq p < 0.25$

ב. $0.25 \leq p < 0.5$

ג. $0.5 \leq p < 0.75$

ד. $0.75 \leq p < 1$