

© כל הזכויות שמורות
 קובץ זה נכתב על-ידי שלומי.
 אין להעתיקו ואין להציגו מחוץ לאתר של שלומי.

פתרון מקוצר לבחינה של פרופ' גילת מ 07/09/09

20	19	18	17	16	15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	
					+					+	+				+	+		+		א
	+	+	+				+		+			+							+	ב
				+				+		+			+	+				+		ג
					+															ד

מספר הערות קצרות

שאלה 1

$$\frac{1}{\binom{n}{m}}$$

שאלה 2

כל הטלה היא בין ההצלחות בסיכוי $\frac{S_n}{n}$. מדובר בתוחלת סכום של m אינדיקטורים.

שאלה 3

ב m הראשונים יש S_m הצלחות. כל אחד מ $n - m$ הבאים הוא הצלחה בסיכוי p .

שאלה 4

יהי Z - מספר ההצלחות ב $n - m$ הנסיונות שלאחר m הראשונים.

$$\rho(S_m, S_n) = \frac{Cov(S_m, S_n)}{\sqrt{V(S_m)V(S_n)}} = \frac{Cov(S_m, S_m) + Cov(S_m, Z)}{\sqrt{V(S_m)V(S_n)}} = \frac{V(S_m) + 0}{\sqrt{V(S_m)V(S_n)}} = \dots$$

שאלות 5

לאחר שיש $r - 1$ הצלחות, הזמן עד קבלת הצלחה נוספת מתפלג $G(p)$ והוא בעל תוחלת $\frac{1}{p}$.

שאלה 6

מתפלג כסכום משתנים גיאומטריים ב"ת שווי התפלגות שהוא משתנה בינומי שלילי.

שאלה 7

שווי התפלגות כי שניהם מודדים זמן שבו צוברים $s - r$ הצלחות. הם תלויים. למשל עבור $r = 1$ ו $s = 8$, הזמן בין הצלחה ראשונה להצלחה שמינית תלוי בזמן ההצלחה השביעית והוא אף בעל מתאם חיובי איתו.

שאלה 8

$$P(X > 0) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}$$

(אם הוא לא יודע אז יש סיכוי של $\frac{2}{4}$ שייסמן את הנכונה בין הסימונים.)

שאלה 9

$$\frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}} \text{ הסתברות מותנה}$$

שאלה 10

$$\binom{20}{15} \left(\frac{3}{4}\right)^{15} \left(\frac{1}{4}\right)^5 + \binom{20}{16} \left(\frac{3}{4}\right)^{16} \left(\frac{1}{4}\right)^4 + \dots$$

(כולל הערך 15 שהוא התוחלת)

שאלה 11

$$E(X) = \frac{1}{2} \cdot 6 + \frac{1}{4} \cdot 4 + \frac{1}{4} \cdot (-4) = 3$$

$$E(X^2) = \frac{1}{2} \cdot 6^2 + \frac{1}{4} \cdot 4^2 + \frac{1}{4} \cdot (-4)^2 = 26$$

$$V(X) = 26 - 3^2 = 17$$

שאלה 12

תוחלת הציון של תלמיד היא $20 \cdot 3 = 60$. שונות הציון היא $20 \cdot 17 = 340$.

$$\cdot \phi\left(\frac{80-60}{\sqrt{340}}\right) - \phi\left(\frac{60-60}{\sqrt{340}}\right) = \phi\left(\frac{80-60}{\sqrt{340}}\right) - \frac{1}{2}$$

כאשר משתמשים בתיקון רציפות אז משתמשים ב 80.5 במקום 80 וב 59.5 במקום 60.

שאלה 13

תוחלת הציון של הכיתה היא 60. סטיית התקן היא $\sigma = \sqrt{\frac{20 \cdot 17}{100}}$.
דרוש $\phi\left(\frac{64-60}{\sigma}\right) - \phi\left(\frac{58-60}{\sigma}\right) = \phi\left(\frac{64-60}{\sigma}\right) - \left(1 - \phi\left(\frac{60-58}{\sigma}\right)\right)$

שאלה 14

$$\left(\sum p_i\right) \cdot 1^2 - \left(\sum p_i\right)^2$$

כאן או שלא מתרחש אף מאורע או שמתרחש מאורע אחד. ההסתברות שמתרחש מאורע אחד היא $\sum p_i$.

שאלה 15

כאן הוא שווה לסכום השונויות $\sum p_i(1-p_i)$.

שאלה 16

$$\sum (p_i - p_{i-1})(n - (i-1))^2 - \left(\sum p_i\right)^2$$

כאשר כאן $p_i - p_{i-1}$ זאת ההסתברות שיתרחשו בדיוק $n - (i-1)$ מאורעות.

שאלה 17

זהו אי-שוויון מרקוב.

שאלה 18

רק אם הם זרים בזוגות אז הסתברות האיחוד שווה לסכום ההסתברויות.

שאלה 19

מכפלת ההסתברויות שכל אחד מהם לא יתרחש.

שאלה 20

רק לשם המחשה: אם הם תלויים אז יתכן אפילו במקרים מסויימים שערכים מסויימים לא יוכלו להתקבל גם אם הם ב"ת בזוגות.

דוגמא: נניח שיש שלושה מאורעות שלכל אחד מהם יש הסתברות 0.5, לחיתוך של כל שניים מהם יש הסתברות 0.25 ושהחיתוך של שלושתם אף פעם לא מתרחש.
