



אוניברסיטת תל-אביב תל אביב

RAYMOND AND BEVERLY SACKLER  
FACULTY OF EXACT SCIENCES

הפקולטה למדעים מדויקים  
ע"ש ריימונד ובברלי סאקלר

תשנ"א  
סמסטר ב'  
תאריך הבחינה: 7.7.91

מבחן ב"מבוא להסתברות"  
המורה: פרופ' אורי ליברמן

לנבחנים

1. בבחינה חמש שאלות שוות משקל. יש לענות על כל השאלות.
2. הזמן העומד לרשותכם: 3 שעות
3. אין להשתמש בחומר עזר פרט לטבלאות המצורפות.

ב ה צ ל ה ו

שאלה 1

מזג האויר ביום נתון יכול להיות "נאה" או "גשום". הסיכוי שמזג האויר של יום מסויים ימשך גם למחרת היום הוא  $p$ . ביום א' ירד גשם. א. מהי ההסתברות שגם ביום ג' ירד גשם. ב. אם ידוע כי ביום ג' ירד גשם (וכמובן גם ביום א' ירד גשם) מהי המסקנה הסבירה ביותר לגבי מזג האויר ביום ב' ? נמקו ורסבירו.

שאלה 2

באוכלוסיה  $n$  זוגות נשואים. עבור הזוג ה-  $i$  הסיכוי ללידת בן בלידה כלשהי שווה ל-  $p_i$  עבור  $i = 1, 2, \dots, n$  באופן בלתי תלוי בין הלידות. לכל הזוגות אותה מדיניות להולדת ילדים והיא: אם הילד הראשון שנולד הוא בת מסתפקים בכך אך אם הילד הראשון שנולד הוא בן ממשיכים להוליד ילדים עד להולדת בת. א. חשבו את תוחלת מספר הילדים שנולדו ל-  $n$  הזוגות. ב. חשבו את תוחלת מספר הבנים שנולדו ל-  $n$  הזוגות.

קרית האוניברסיטה, רמת-אביב, תל-אביב 69978, טל. 03-5450537

UNIVERSITY CAMPUS, RAMAT AVIV, 69978 TEL AVIV, ISRAEL TEL. 972-3-5450537. TELEX: 342171 VERSY IL.



**שאלה 3**

$X$  הוא מ"מ כך ש:  $X \sim B(4, \frac{1}{2})$  ו- $Y$  הוא מ"מ מתוקנן המקיים  $f(x, y) = 1$ .  
 א. מצאו את חוק ההתפלגות של  $Y$  (ערכים והסתברויות).  
 ב. חשבו את -  $E(X \cdot Y)$ .

**שאלה 4**

בכד  $N$  כדורים ממוספרים במספרים  $1, 2, \dots, N$  בוחרים מהכד באופן מקרי וללא החזרה  $k$  כדורים ( $k \leq N$ ).

א. יהי  $X$  - המספר הגדול ביותר שהוצא הראו כי:

$$P(X=k) = \frac{\binom{k-1}{n-1}}{\binom{N}{n}}$$

וציינו מהם ערכי  $k$  האפשריים.

$$\sum_{i=n-1}^{k-1} \binom{i}{m-1} = \binom{k}{n}$$

ב. הוכיחו את הזהות.

**שאלה 5**

מסדרים  $n$  זוגות (בעל ואשה בכל זוג, סה"כ  $2n$  אנשים) בשורה.

לכל זוג  $i = 1, 2, \dots, n$  נגדיר:

$$X_i = \begin{cases} 1 & \text{אם קני גזון ב-} i \text{ זמרים זה לזו כג} \\ 0 & \text{אחרת} \end{cases}$$

א. חשבו את  $P(X_i = 1)$  ואת  $P(X_i = 1, X_j = 1)$  עבור  $i \neq j$ .

ב. מהי התוחלת והשונות של מספר הזוגות, מתוך  $n$  הזוגות, שבהם

הבעל והאשה אינם עומדים זה ליד זה.