

פתרון הבחינה של פרופ' גילת ופרופ' מלכסון מ 4/2/2,003

שאלה 1: $E(S) = 1,000 \cdot 0.2 = 200$, $\sigma(S) = \sqrt{1,000 \cdot 40} = 200$

$$P(S < 0) \cong \phi\left(\frac{0-200}{200}\right) = 1 - \phi(1)$$

שאלה 2: אי שיוויון צביצב בלי שיקולי סימטריה לא נותן חסם. עם שיקולי סימטריה אפשר לקבל חסם 0.5.

שאלה 3: קירוב פואסוני עם $\lambda = n \cdot \frac{1}{n} = 1$ נותן $P(X = 6) \cong e^{-1} \cdot \frac{1^6}{6!} = \frac{1}{720e}$

שאלה 4: ל $\rho(I_A, I_B)$ יש אותו סימן כמו ל $\text{cov}(I_A, I_B)$.
 $\text{cov}(I_A, I_B) = E(I_A I_B) - E(I_A)E(I_B) = 0 - E(I_A)E(I_B) < 0$

שאלה 5: $P(X = 3) = p^3$, $P(X = 4) = P(X = 5) = P(X = 6) = (1-p)p^3$, בכל אחד מהמקרים $X = 4, 5, 6$, צריך 3 הצלחות רצופות במקומות מסוימים ולפני-כן כשלון אחד ממש לפני ההצלחות. כשלון זה מבטיח שלא יהיה רצף קודם. למשל כשלון בהטלה השניה ואחר-כך שלוש הצלחות רצופות מבטיח ש $(X = 5)$ בלי שום קשר לתוצאת ההטלה הראשונה.
הערה: לגבי ערכים גדולים יותר יש ירידה של ההסתברות ש X יקבל אותם.

שאלה 6: ההטלה הראשונה שהיא 4, 5 או 6 , היא 5 או 6 בהסתברות $\frac{2}{3}$.

$$\frac{1}{4} \cdot 1 + \frac{1}{4} \cdot 4 + \frac{1}{4} \cdot 5 + \frac{1}{4} \cdot 6 = 4 \quad \text{שאלה 7:}$$

$$m_3 = \frac{1}{5} \cdot 1 + \frac{1}{5} \cdot 3 + \frac{1}{5} \cdot 4 + \frac{1}{5} \cdot 5 + \frac{1}{5} \cdot 6 = \frac{19}{5} < 4 \quad \text{שאלה 8:}$$

שאלה 9: מספר ההטלות מתפלג $G\left(\frac{5}{6}\right)$ ולכן הוא בעל תוחלת $\frac{6}{5}$. לכן התשלום הממוצע עבור

$$\text{ההטלות הוא } \frac{6}{5} \text{ . תוחלת הרווח היא : } \frac{19}{5} - \frac{6}{5} = \frac{13}{5}$$

שאלה 10: אם עוצרים כאשר מתקבלת תוצאה של לפחות 4 או בדיוק 1 אז התפלגות מספר ההטלות היא $G\left(\frac{4}{6}\right)$ ותוחלת מספר ההטלות היא $\frac{6}{4}$. ראינו בשאלה 4 שתוחלת גובה הפרס במקרה זה היא

4 . לכן תוחלת הרווח הנקי היא 2.5 . $2.5 < \frac{13}{5}$. לכן אם משלמים עבור הטלות אז $M_3 > M_4$.

(בלי תשלום היה $m_4 > m_3$, אך סביר שעם תשלום עדיף כלל עצירה עם הסתפקות בפחות)

$$\frac{\binom{13}{1}^4}{\binom{52}{4}} \quad \text{שאלה 11:}$$

$$\text{שאלה 12: } \frac{\binom{13}{8} \cdot 4^8}{\binom{52}{8}} \quad (\text{בוחרים בשמונה מספרים שיוצגו וכל אחד מהמספרים האלה יכול להיות מיוצג על-ידי אחת מ 4 צורות.})$$

שאלה 13: על-פי חלוקה לשני מקרים: הראשון ששני מספרים יופיעו פעמיים והשני שמספר אחד יופיע

$$\frac{\binom{13}{2} \cdot \binom{4}{2}^2 \cdot \binom{4}{1}^{11} + \binom{13}{1} \cdot \binom{4}{3} \cdot \binom{4}{1}^{12}}{\binom{52}{15}} \quad \text{שלוש פעמים:}$$

$$E(Y) = E(E(Y/X)) = E(2 - X) = 2 - E(X) \Rightarrow E(X) = -1 \quad \text{שאלה 14:}$$

שאלה 15: מקדם הרגרסיה של Y על-פי X הוא $\frac{\text{cov}(X,Y)}{V(X)}$. מקדם המתאם בין X ל Y הוא $\frac{\text{cov}(X,Y)}{\sqrt{V(X)V(Y)}}$. לפי הנתונים כאן:

$$\frac{\text{cov}(X,Y)}{V(X)} = -1 \Rightarrow \frac{\text{cov}(X,Y)}{\sqrt{V(X)V(Y)}} = -\frac{1}{2}$$

שאלה 16: אי אפשר לדעת. למשל אם $V(X) = V(Y) = 0$ אז תוחלת ריבוע השגיאה שווה לאפס.

שאלה 17: נחשב את המקדם של Y בתחזית הלינארית של X על-פי Y :

$$\frac{\text{cov}(X,Y)}{V(Y)} = \frac{\text{cov}(X,Y)}{V(X)} \cdot \frac{V(X)}{V(Y)} = (-1) \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 = -\frac{1}{4} \quad (\text{התשובה היא ג'}).$$

שאלה 18: $\rho(X,Y) = \rho(Y,X)$. במקרה אחד תוחלת רבוע השגיאה היא $(1 - \rho^2)V(X)$ ובמקרה השני $(1 - \rho^2)V(Y)$ והיחס ביניהם הוא $2^2 = 4$ (התשובה היא א').