

## פתרון הבחינה של פרופ' גילת ופרופ' מלכסון מ 4/2/2,003

שאלה 1:  $E(S) = 1,000 \cdot 0.2 = 200$  ,  $\sigma(S) = \sqrt{1,000 \cdot 40} = 200$

$$P(S < 0) \cong \phi\left(\frac{0-200}{200}\right) = 1 - \phi(1)$$

שאלה 2: אי שיוויון צביצב בלי שיקולי סימטריה לא נותן חסם. עם שיקולי סימטריה אפשר לקבל חסם 0.5.

שאלה 3: קירוב פואסוני עם  $\lambda = n \cdot \frac{1}{n} = 1$  נותן  $P(X = 6) \cong e^{-1} \cdot \frac{1^6}{6!} = \frac{1}{720e}$

שאלה 4: ל  $\rho(I_A, I_B)$  יש אותו סימן כמו ל  $\text{cov}(I_A, I_B)$ .

$$\text{cov}(I_A, I_B) = E(I_A I_B) - E(I_A)E(I_B) = 0 - E(I_A)E(I_B) < 0$$

שאלה 5:  $P(X = 3) = p^3$  ,  $P(X = 4) = P(X = 5) = P(X = 6) = (1-p)p^3$  , בכל אחד מהמקרים  $X = 4, 5, 6$  , צריך 3 הצלחות רצופות במקומות מסוימים ולפני-כן כשלון אחד ממש לפני ההצלחות. כשלון זה מבטיח שלא יהיה רצף קודם. למשל כשלון בהטלה השניה ואחר-כך שלוש הצלחות רצופות מבטיח ש  $(X = 5)$  בלי שום קשר לתוצאת ההטלה הראשונה.  
הערה: לגבי ערכים גדולים יותר יש ירידה של ההסתברות ש  $X$  יקבל אותם.

שאלה 6: ההטלה הראשונה שהיא 4, 5 או 6 , היא 5 או 6 בהסתברות  $\frac{2}{3}$ .

$$\frac{1}{4} \cdot 1 + \frac{1}{4} \cdot 4 + \frac{1}{4} \cdot 5 + \frac{1}{4} \cdot 6 = 4 \quad \text{שאלה 7:}$$

$$m_3 = \frac{1}{5} \cdot 1 + \frac{1}{5} \cdot 3 + \frac{1}{5} \cdot 4 + \frac{1}{5} \cdot 5 + \frac{1}{5} \cdot 6 = \frac{19}{5} < 4 \quad \text{שאלה 8:}$$

שאלה 9: מספר ההטלות מתפלג  $G\left(\frac{5}{6}\right)$  ולכן הוא בעל תוחלת  $\frac{6}{5}$  . לכן התשלום הממוצע עבור

$$\text{ההטלות הוא } \frac{6}{5} \text{ . תוחלת הרווח היא : } \frac{19}{5} - \frac{6}{5} = \frac{13}{5}$$

שאלה 10: אם עוצרים כאשר מתקבלת תוצאה של לפחות 4 או בדיוק 1 אז התפלגות מספר ההטלות היא  $G\left(\frac{4}{6}\right)$  ותוחלת מספר ההטלות היא  $\frac{6}{4}$  . ראינו בשאלה 4 שתוחלת גובה הפרס במקרה זה היא

$$4 \text{ . לכן תוחלת הרווח הנקי היא } 2.5 \text{ . } 2.5 < \frac{13}{5} \text{ . לכן אם משלמים עבור הטלות אז } M_3 > M_4 \text{ .}$$

( בלי תשלום היה  $m_4 > m_3$  , אך סביר שעם תשלום עדיף כלל עצירה עם הסתפקות בפחות )

$$\frac{\binom{13}{1}^4}{\binom{52}{4}} \quad \text{שאלה 11:}$$

$$\text{שאלה 12: } \frac{\binom{13}{8} \cdot 4^8}{\binom{52}{8}} \quad (\text{בוחרים בשמונה מספרים שיוצגו וכל אחד מהמספרים האלה יכול להיות מיוצג על-ידי אחת מ 4 צורות.})$$

שאלה 13: על-פי חלוקה לשני מקרים: הראשון ששני מספרים יופיעו פעמיים והשני שמספר אחד יופיע

$$\frac{\binom{13}{2} \cdot \binom{4}{2}^2 \cdot \binom{4}{1}^{11} + \binom{13}{1} \cdot \binom{4}{3} \cdot \binom{4}{1}^{12}}{\binom{52}{15}} \quad \text{שלוש פעמים:}$$

$$E(Y) = E(E(Y/X)) = E(2 - X) = 2 - E(X) \Rightarrow E(X) = -1 \quad \text{שאלה 14:}$$

שאלה 15: מקדם הרגרסיה של  $Y$  על-פי  $X$  הוא  $\frac{\text{cov}(X,Y)}{V(X)}$ . מקדם המתאם בין  $X$  ל  $Y$  הוא  $\frac{\text{cov}(X,Y)}{\sqrt{V(X)V(Y)}}$ . לפי הנתונים כאן:

$$\frac{\text{cov}(X,Y)}{V(X)} = -1 \Rightarrow \frac{\text{cov}(X,Y)}{\sqrt{V(X)V(Y)}} = -\frac{1}{2}$$

שאלה 16: אי אפשר לדעת. למשל אם  $V(X) = V(Y) = 0$  אז תוחלת ריבוע השגיאה שווה לאפס.

שאלה 17: נחשב את המקדם של  $Y$  בתחזית הלינארית של  $X$  על-פי  $Y$ :

$$\frac{\text{cov}(X,Y)}{V(Y)} = \frac{\text{cov}(X,Y)}{V(X)} \cdot \frac{V(X)}{V(Y)} = (-1) \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 = -\frac{1}{4} \quad (\text{התשובה היא ג'}).$$

שאלה 18:  $\rho(X,Y) = \rho(Y,X)$ . במקרה אחד תוחלת רבוע השגיאה היא  $(1 - \rho^2)V(X)$  ובמקרה השני  $(1 - \rho^2)V(Y)$  והיחס ביניהם הוא  $2^2 = 4$  (התשובה היא א').