

© כל הזכויות שמורות  
קובץ זה נכתב על-ידי שלומי.  
אין להעתיקו ואין להציגו מחוץ לאתר של שלומי.

## פתרון מקוצר לבחינה מ 21/02/12

### שאלה 1

**א.**  $0.5 \cdot \frac{4}{4+2} + 0.5 \cdot \frac{2}{2+2}$

**ב.**  $A$  - בחרנו בכד הראשון,  $B$  - הכדור הראשון היה כחול

$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0.5 \cdot \frac{4}{4+2}}{0.5 \cdot \frac{4}{4+2} + 0.5 \cdot \frac{2}{2+2}}$$

**ג.**  $0.5 \cdot \frac{\binom{4}{3}}{\binom{4+2}{3}} \stackrel{also}{=} 0.5 \cdot \frac{4 \cdot 3 \cdot 2}{6 \cdot 5 \cdot 4}$

מכיון שההוצאות מבוצעות ללא החזרה אז זה אפשרי רק אם נבחר בכד הראשון ונוציא ממנו שלושה כחולים.

### שאלה 2

**א.** דרושים 5 כשלונות רצופים בהתחלה. לכן ההסתברות היא  $(1-0.5)^5$ .

**ב.**  $P(X+Y=3) = P(X=0, Y=3) + P(X=1, Y=2) + P(X=2, Y=1) =$   
 $= \frac{1}{4} \cdot 0.5 \cdot 0.5^2 + \frac{1}{4} \cdot 0.5 \cdot 0.5 + \frac{1}{4} \cdot 0.5$

1. הסתמכנו על האי תלות שבין המשתנים.

**ג.**  $P(Z=4) = \frac{e^{-1} \cdot 1^4}{4!} > 0.01$  אם  $(Z=4)$  אז  $X$  לא יכול להיות שווה לו. לכן שני

המשתנים מקבלים ערכים שונים בהסתברות שגדולה מ 0.01.  
הערות:

צריך היה להראות שלא יתכן  $\sum_{k=0}^{\infty} P(X=Z=k) = 0.99$  וזאת מבלי להניח שיש אי תלות

בין המשתנים. העובדה שלמשתנה הפואסוני יש אינסוף ערכים אפשריים, לא מוכיחה את הטענה. לכאורה יתכן שמתקיים שיוויון בערכים נמוכים בהסתברות גבוהה.

### שאלה 3

א. המספר הוא זוגי אם ספרת האחדות היא זוגית. זה קורה בסכוי  $\frac{1}{3}$ .

ב. יהי  $X_i$  - ערכה של הספרה ה- $i$ .

$$S = \sum_{i=1}^8 X_i$$

$$. E(X_i) = \frac{1}{3} \cdot 1 + \frac{1}{3} \cdot 2 + \frac{1}{3} \cdot 7 = \frac{10}{3}$$
 מתקיים

$$E(S) = \sum_{i=1}^8 E(X_i) = 8 \cdot \frac{10}{3}$$

ג. מכיון ש  $X_i$  הם ב"ת אז הם בלתי מתואמים ולכן  $Var(S) = \sum_{i=1}^8 Var(X_i)$ .

$$Var(X_i) = \frac{1}{3} \cdot 1^2 + \frac{1}{3} \cdot 2^2 + \frac{1}{3} \cdot 7^2 - E^2(X_i) \quad : 1 \leq i \leq 8$$
 מתקיים לכל

ד. מספר כללי של המספרים -  $3^8$ .

מספר האפשרויות ללא ספרה מסוימת -  $3 \cdot 2^8$  (מכפילים ב 3 לבחירת הספרה שצריכה להיות חסרה).

מספר האפשרויות כאשר ספרה מסוימת מופיעה רק פעם אחת -  $3 \cdot 8 \cdot 2^7$  (בוחרים לה מקום וביתר המקומות מופיעות רק שתי האחרות ושוב מכפילים ב 3 לבחירת הספרה החסרה).

מספר האפשרויות ללא שתי ספרות - 3.

מספר האפשרויות כך ששתי ספרות מיוצגות רק פעם אחת -  $3 \cdot 8 \cdot 7$ .

מספר האפשרויות כך שספרה אחת מיוצגת פעם אחת ואחרת לא מיוצגת -  $3 \cdot 2 \cdot 8$  (3 אפשרויות לבחירת הספרה שלא תופיע, אחר-כך 2 אפשרויות לבחור ספרה שתופיע פעם אחת ואחר-כך בחירת המקום לספרה שתופיע פעם אחת).  
נקבל הסתברות

$$\frac{3^8 - 3 \cdot 2^8 - 3 \cdot 8 \cdot 2^7 + 3 + 3 \cdot 8 \cdot 7 + 3 \cdot 2 \cdot 8}{3^8} = \frac{2940}{6561}$$

ה. או שיש ספרה אחת שמופיעה ארבע פעמים ושתי ספרות שמופיעות פעמיים או שיש שתי ספרות שמופיעות שלוש פעמים וספרה אחת שמופיעה פעמיים. בכל אחד משני המקרים, צריך לבחור את הספרה שתופיע מספר שונה של פעמים מהאחרות. אחר-כך צריך לבחור את המקומות שבהן כל ספרה תופיע.  
נקבל הסתברות

$$\frac{3 \cdot \binom{8}{4} \binom{4}{2} + 3 \cdot \binom{8}{3} \binom{5}{3}}{3^8} = \frac{2940}{6561}$$