

בחינה במבוא להסתברות לסטטיסטיקאים

המרצה: ד"ר שלומי רובינשטיין

משך הבחינה: 3 שעות.
מותר לכל תלמיד להשתמש בדף A4 אחד הכתוב משני צדדיו. אין להעביר דפים אלה בין תלמידים.
מותר להשתמש במחשב כיס.
בבחינה יש 3 שאלות. ענו על כל השאלות.
משקל כל שאלה רשום בתחילתה. בכל שאלה יש חלוקה שווה של הנקודות בין הסעיפים.
ניתן לצבור בסך הכל 110 נקודות. הצובר N נקודות יקבל ציון $\min\{N, 100\}$.
אנא, השאירו את העמוד הראשון (צד אחד של דף) של מחברת הבחינה ריק.
נמקו את תשובותיכם!

בהצלחה!

שאלה 1 (30 נקודות)

נתונים שני כדים. בכד הראשון יש 4 כדורים כחולים ו-2 כדורים ירוקים. בכד השני יש 2 כדורים כחולים ו-2 כדורים ירוקים. בוחרים באקראי בסכני שווה באחד הכדים, ומוציאים ממנו ללא החזרה 3 כדורים.

- א. מהי ההסתברות שהכדור הראשון יהיה כחול?
ב. מהי ההסתברות שבחרנו בכד הראשון בהינתן שהכדור הראשון היה כחול?
ג. מהי ההסתברות ששלושת הכדורים המוצאים יהיו מאותו צבע?

שאלה 2 (30 נקודות)

יהיו X, Y, Z שלושה משתנים מקריים: $X \sim U[0,3]$, $Y \sim G(0.5)$, $Z \sim P(1)$.
ידוע ש X ו Y הם זוג משתנים בלתי תלויים, אך לא ידוע אם Z בלתי תלוי בכל אחד משני המשתנים האחרים.

- א. מהו $P(Y > 5)$?
ב. מהו $P(X + Y = 3)$?
ג. האם יתכן $P(X = Z) = 0.99$?
-

שאלה 3 (50 נקודות)

בוחרים באקראי בסכוי שווה באחד מבין המספרים בעלי שמונה ספרות שכל אחת מספרותיו היא אחת מבין הספרות 1,2,7 (זאת אומרת שכל אחת משמונה הספרות של המספר היא בסכוי שווה 1 או 2 או 7 באופן בלתי תלוי בספרות האחרות).

יהי S - סכום הספרות של המספר.

אם למשל המספר הוא 17111271 אז במספר זה ספרת האחדות היא 1, ספרת העשרות היא 7 וספרת המאות היא 2, $S = 1 + 7 + 1 + 1 + 1 + 2 + 7 + 1$, ובמספר זה הספרה 1 מופיעה חמש פעמים, הספרה 2 מופיעה פעם אחת והספרה 7 מופיעה פעמיים.

- א.** מהי ההסתברות שהמספר בן שמונה הספרות הוא זוגי ?
ב. מהו $E(S)$?
ג. מהו $Var(S)$?
ד. מהי ההסתברות שכל אחת משלושת הספרות 1,2,7 תופיע לפחות פעמיים ?
ה. פתרו סעיף זה תוך חישוב הסתברות המשלים ושימוש בעיקרון ההכלה וההפרדה.
מהי ההסתברות שכל אחת משלושת הספרות 1,2,7 תופיע לפחות פעמיים ?
פתרו סעיף זה על-ידי חלוקה למקרים תוך הסתמכות על כך שבמספר יש רק שמונה ספרות.
-