

בחינה במבוא להסתברות לסטטיסטיקאים

המרצה: ד"ר שלומי רובינשטיין

משך הבחינה: 3 שעות.
מותר לכל תלמיד להשתמש בדף A4 אחד הכתוב משני צדדיו. אין להעביר דפים אלה בין תלמידים.
מותר להשתמש במחשב כיס.
בבחינה יש 10 שאלות. ענו על כל השאלות. משקל כל אחת מהן הוא 11 נקודות.
הצובר N נקודות יקבל ציון $\min\{N, 100\}$.
אנא, השאירו את העמוד הראשון של מחברת הבחינה ריק.
נמקו את תשובותיכם.

בהצלחה !

שאלה 1

חשוד עומד לדין לפני 5 שופטים. כל שופט מוצא את החשוד אשם בסיכוי p באופן ב"ת בשופטים האחרים. החשוד מורשע אם"ם רוב השופטים מוצאים אותו אשם. מה היא ההסתברות שהוא יורשע ?

שאלה 2

מבצעים שתי הטלות ב"ת של קוביה תקינה. מהי ההסתברות שבהטלה הראשונה תתקבל תוצאה גבוהה יותר מאשר בהטלה השניה ?

שאלה 3

נתונים שלושה מאורעות A, B, C . מתקיים $P(A) = 0.2$, $P(B) = 0.3$, $P(C) = 0.4$. נניח ששלושת המאורעות הם ב"ת בזוגות וש $P(A \cap B \cap C) = 0$. מהו $P(A \cup B \cup C)$?

שאלה 4

נתונים שני כדים. בכד הראשון יש 5 כדורים כחולים וכדור אדום אחד. בכד השני יש כדור כחול אחד ו 2 כדורים אדומים. לאה בוחרת באקראי בסיכוי שווה את אחד הכדים ומבצעת בו סידרה של הוצאות ללא החזרה של כדורים.
מהי ההסתברות שהכדור הראשון שלאה מוציאה הוא כחול ?

שאלה 5

בנתוני שאלה 4: נניח שהכדור הראשון שלאה הוציאה הוא כחול. מהי ההסתברות שגם הכדור השני שלאה תוציא יהיה כחול ?

שאלה 6

נתונים שני משתנים מקריים ב"ת X, Y . נניח ש $X \sim G\left(\frac{1}{3}\right)$ ו $Y \sim U(1,3)$. מהו $P(X + Y = 4)$?

שאלה 7

יהיו X ו- Y התוצאות של שתי הטלות ב"ת של קובייה תקינה. מהו $E(XY)$?

שאלה 8

נתונים שני תאים ושלושה כדורים. כל כדור נכנס לכל אחד משני התאים בסיכוי שווה ובאופן ב"ת בכדורים האחרים. יהי X - מספר הכדורים בתא הראשון ויהי Y - מספר התאים שבהם לפחות כדור אחד. מצאו $COV(X, Y)$.

שאלה 9

מבצעים 100 הטלות ב"ת של מטבע הנופל על "עץ" בסיכוי $\frac{1}{3}$ ונופל על "פלי" בסיכוי $\frac{2}{3}$.
מהי תוחלת מספר ההטלות שבהן מושגת תוצאה שונה מתוצאת ההטלה הקודמת לה ?
(למשל ההטלה השביעית היא ההטלה היחידה הקודמת להטלה השמינית, ואילו להטלה הראשונה אין הטלה קודמת.)

שאלה 10

בנתוני שאלה 9: מהי ההסתברות שמספר הפעמים בהן הושגה תוצאה שונה מהקודמת הוא זוגי ?
