

## בחינה במבוא להסתברות לסטטיסטיקאים

המרצה: ד"ר שלומי רובינשטיין

משך הבחינה: 3 שעות.  
מותר לכל תלמיד להשתמש בדף A4 אחד הכתוב משני צדדיו. אין להעביר דפים אלה בין תלמידים.  
מותר להשתמש במחשב כיס.  
בבחינה יש 3 שאלות. ענו על כל השאלות.  
משקל כל שאלה רשום בתחילתה. בכל שאלה יש חלוקה שווה של הנקודות בין הסעיפים.  
ניתן לצבור בסך הכל 110 נקודות. הצובר  $N$  נקודות יקבל ציון  $\min\{N, 100\}$ .  
אנא, השאירו את העמוד הראשון ( צד אחד של דף ) של מחברת הבחינה ריק.  
נמקו את תשובותיכם !

בהצלחה !

---

### שאלה 1 ( 30 נקודות )

נניח שכל ילד הוא בן בסיכוי 0.5 ובאופן ב"ת בכל ילד אחר. למשפחה יש 4 ילדים.

- א. מהי ההסתברות שבדיוק שניים מתוך ארבעת הילדים הם בנים ?
- ב. מהי ההסתברות שיש לפחות בן אחד בהינתן שלא כולם הם בנים ?
- ג. מהי התפלגות מספר הבנים בהינתן שהילד הראשון הוא בן ?

---

### שאלה 2 ( 40 נקודות )

נתונים שני משתנים מקריים:  $X \sim U[1,3]$  ,  $Y \sim U[1,9]$ .

- א. מהו  $E(X+Y)$  ?
  - ב. רק בסעיף זה נניח ש  $X$  ו  $Y$  הם זוג משתנים ב"ת.  
מהו  $P(X > Y)$  ?
  - ג. מהו  $V(X)$  ?
  - ד. האם יתכן שיתקיים  $E(XY) < 10$  ?  
האם יתכן שיתקיים  $E(XY) < 9$  ?
- ( הכוונה היא לשאלה האם תוחלת המכפלה יכולה להיות קטנה מ 10 והאם היא יכולה להיות קטנה מ 9 ).
-

**שאלה 3** (40 נקודות)

מקיימים סדרה אינסופית של הטלות ב"ת של מטבע שנופל על "עץ" בסיכוי  $\frac{1}{3}$  ועל "פלי" בסיכוי  $\frac{2}{3}$ .

- א.** מהי שונות מספר תוצאות ה"עץ" ב 8 ההטלות הראשונות ?  
**ב.** מהי תוחלת מספר ההטלות עד שנקבל גם תוצאת "עץ" וגם תוצאת "פלי" ?  
**ג.** מהי ההסתברות שנקבל רצף של שתי תוצאות "עץ" לפני שנקבל רצף של שתי תוצאות "פלי" ?  
**ד.** הראו איך ניתן לדמות משתנה  $G\left(\frac{1}{2}\right)$  בעזרת סדרת ההטלות של מטבע זה.
-