

בחינה במבוא להסתברות לסטטיסטיקאים

המרצה: ד"ר שלומי רובינשטיין

משך הבחינה: 3 שעות.
מותר לכל תלמיד להשתמש בדף A4 אחד הכתוב משני צדדיו. אין להעביר דפים אלה בין תלמידים.
מותר להשתמש במחשב כיס.
בבחינה יש 3 שאלות. ענו על כל השאלות.
משקל כל שאלה רשום בתחילתה. בכל שאלה יש חלוקה שווה של הנקודות בין הסעיפים.
ניתן לצבור בסך הכל 110 נקודות. הצובר N נקודות יקבל ציון $\min\{N, 100\}$.
אנא, השאירו את העמוד הראשון (צד אחד של דף) של מחברת הבחינה ריק.
נמקו את תשובותיכם !

בהצלחה !

שאלה 1 (30 נקודות)

יהי X - מספר תוצאות ה"עץ" ב 3 הטלות ב"ת של מטבע הוגן.

- א. מהי התפלגות X ?
ב. מהי התפלגות X^2 ?
ג. מהו $P(X = 1 | X \leq 2)$? (הכוונה היא להסתברות מותנה).

שאלה 2 (30 נקודות)

זוג תאומים הם בסיכוי חצי תאומים זהים ובסיכוי חצי תאומים לא זהים.
אם הם תאומים זהים, אז בסיכוי חצי הם שני בנים ובסיכוי חצי הן שתי בנות.
אם הם תאומים לא זהים, אז כל אחד מהם הוא בן או בת בסיכוי שווה ובאופן ב"ת אחד בשני.
נסתכל על זוג תאומים אקראי.

- א. מהי ההסתברות ששניהם בנים ?
ב. יהי X - אינדיקטור לכך שהיילוד הראשון מבין זוג תאומים הוא בן.
יהי Y - אינדיקטור לכך שהיילוד השני מבין אותו זוג תאומים הוא בן.
מהו $r(X, Y)$ (מקדם המתאם בין X ל Y) ?
ג. גלעד ואופיר הם זוג תאומים בנים.
מהי ההסתברות שהם תאומים זהים ?
-

שאלה 3 (50 נקודות)

נתונות שתי קוביות תקינות- שבכל הטלה שלהן הן נופלות על כל פאה בסיכוי שווה. בקוביה הראשונה מופיע בכל פאה מספר שלם שונה בין 1 ל 6. בקוביה השניה מופיע המספר 1 על פאה אחת, המספר 4 על שתי פאות, המספר 5 על פאה אחת והמספר 6 על שתי פאות.

מבצעים הטלות ב"ת של שתי הקוביות. יהי X - תוצאת ההטלה של הקוביה הראשונה. יהי Y - תוצאת ההטלה של הקוביה השניה.

- א.** מהו $P(Y > X)$?
- ב.** מהי ההסתברות ש XY זוגי ? (שמכפלת התוצאות זוגית)
- ג.** מהו $E(2X + Y)$? (יש להגיע לתשובה מספרית סופית)

כעת מבצעים סדרה של 10 הטלות ב"ת של הקוביה השניה.

- ד.** מהי תוחלת מספר ההטלות מבין 8 ההטלות שבין ההטלה השניה וההטלה התשיעית, שבהן מושגת תוצאה גדולה יותר מאשר בהטלה שקדמה לה, אך קטנה מההטלה שאחריה ?
(למשל ההטלה השלישית היא ההטלה היחידה שקודמת להטלה הרביעית, ההטלה החמישית היא ההטלה היחידה שאחרי ההטלה הרביעית).
- ה.** מהי תוחלת התוצאה המכסימלית המתקבלת לפחות פעם אחת בסדרה של 10 הטלות ?