

© כל הזכויות שמורות
 קובץ זה נכתב על-ידי שלומי.
 אין להעתיקו ואין להציגו מחוץ לאתר של שלומי.

פתרון מקוצר לבחינה מ 07/03/14

שאלה 1

$$0.5 \left[\binom{4}{2} 0.5^2 \cdot 0.5^2 + \binom{4}{3} 0.5^3 \cdot 0.5 + 0.5^4 \right] \quad \text{א.}$$

ב. - A המאורע שהחשוד לא הורשע

- B המאורע שרן לא מצא אותו אשם

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{P(B)}{P(A)} = \frac{0.5}{0.5 + 0.5 \left[0.5^4 + \binom{4}{1} 0.5 \cdot 0.5^3 \right]}$$

ג. מספר השופטים שלא מוצאים את רן אשם מתפלג $Bin(5, 0.5)$.

לפי הנוסחה לחישוב שונות של משתנה בינומי השונות היא $5 \cdot 0.5 \cdot 0.5$.

שאלה 2

$$0.5^2 \quad \text{א.}$$

$$P(Y > 50) = (1 - p)^{50} = q^{50} \quad \text{ב.}$$

ג. (דרושים 50 כשלונות ואז בכל מקרה המשתנה מקבל ערך גדול מ 50).

$$P(X + Y > 50) = P(X = 0, Y > 50) + P(X = 1, Y > 49) + P(X = 2, Y > 48) \stackrel{\text{independent}}{=} \quad \text{א.}$$

$$= P(X = 0)P(Y > 50) + P(X = 1)P(Y > 49) + P(X = 2)P(Y > 48) =$$

$$= 0.5^2 q^{50} + \binom{2}{1} 0.5 \cdot 0.5 q^{49} + 0.5^2 q^{48}$$

ד. לא יתכן.

לכל משתנה שאינו מנוון (קבוע) יש סטיות מהתוחלת שלו ולכן שונותו חיובית. לכן רק למשתנה מנוון יש שונות ששווה לאפס. נראה שההפרש בין המשתנים האלה לא יכול להיות מנוון. הפרש קבוע אומר שאחד המשתנים הוא הזזה של האחר.

$$\text{מתקיים } P(Z = 1) = 2e^{-2}, P(Z = 2) = \frac{2^2 e^{-2}}{2!} = 2e^{-2}, \text{ לכן } P(Z = 1) = P(Z = 2).$$

אך משתנה גאומטרי לא יכול לקבל שני ערכים שלמים עוקבים בהסתברות שווה (פונקצית ההסתברות של משתנה גאומטרי היא מונוטונית יורדת).

שאלה 3

א. לגבי כל בחירה של משתתף נתון, ההסתברות שאף אחד אחר לא יבחר את המספר שהוא בחר היא 0.99^{99} . לכן זהו הסיכוי שאף אחד לא יבחר את המספר שהוא בחר. יהי X - מספר האנשים שבחרים מספר שונה מכל אחד מהאחרים.

מתקיים $X = \sum_{i=1}^{100} X_i$ כאשר X_i הוא אינדיקטור לכך שאדם i בחר במספר שונה מכל

$$\text{האחרים. מתקיים } E(X) = E\left(\sum_{i=1}^{100} X_i\right) = \sum_{i=1}^{100} E(X_i) = 100 \cdot 0.99^{99}$$

ב. החברה תרויח את הקופה אם אף אחד לא יבחר במספר שהיא הגרילה. הסיכוי לכך הוא 0.99^{100} . לכן תוחלת הרווח של החברה היא $0.99^{100} \cdot 100$. שונות האינדיקטור המציין את הזכייה של החברה ברווח היא $0.99^{100}(1 - 0.99^{100})$. מכיון שהרווח של החברה שווה למכפלה של אינדיקטור זה ב 100 , אז שונות הרווח של החברה היא $100^2 \cdot 0.99^{100}(1 - 0.99^{100})$.

ג. אם החברה תגריל מספר בין 51 ל 100 , אז היא תרויח את הקופה בסיכוי 1 . אחרת היא תרויח את הקופה בסיכוי $\left(\frac{49}{50}\right)^{100}$. לכן תוחלת הרווח של החברה היא

$$0.5 \cdot 100 + 0.5 \left(\frac{49}{50}\right)^{100} \cdot 100$$

ד. אם האדם הראשון יבחר מספר באופן אחיד וכולם יעתיקו את בחירתו, אז הבחירה של כל משתתף היא אחידה ויש תלות בין המשתתפים והרווח של החברה יגדל ל $0.99 \cdot 100$.

אם כל משתתף יבחר מספר שונה מכל האחרים כך שלכל צירוף יהיה סיכוי שווה, אז הבחירה של כל משתתף היא אחידה ויש תלות בין המשתתפים. כאן החברה בכל מקרה לא תרויח כלום.

שלומי