

בחינה במבוא להסתברות לסטטיסטיקאים

המרצה: ד"ר שלומי רובינשטיין

משך הבחינה: 3 שעות.
מותר לכל תלמיד להשתמש בדף A4 אחד הכתוב משני צדדיו. אין להעביר דפים אלה בין תלמידים.
מותר להשתמש במחשב כיס.
בבחינה יש 3 שאלות. ענו על כל השאלות.
משקל כל שאלה רשום בתחילתה. בכל שאלה יש חלוקה שווה של הנקודות בין הסעיפים.
ניתן לצבור בסך הכל 110 נקודות. הצובר N נקודות יקבל ציון $\min\{N, 100\}$.
אנא, השאירו את העמוד הראשון (צד אחד של דף) של מחברת הבחינה ריק.
נמקו את תשובותיכם !

בהצלחה !

שאלה 1 (50 נקודות)

נתונים שני כדים. בכד הראשון יש 4 כדורים כחולים ו 2 כדורים ירוקים. בכד השני יש 2 כדורים כחולים ו 2 כדורים ירוקים. בוחרים באקראי בסכוי שווה באחד הכדים, ומבצעים סדרה אינסופית של הוצאות עם החזרה של כדורים ממנו.

- א. מהי ההסתברות ששני הכדורים הראשונים יהיו ירוקים ?
ב. מהי ההסתברות שהכדור השלישי הוא מצבע שונה משני הראשונים ?
ג. מהי ההסתברות שבחרנו בכד הראשון בהינתן שהצבעים של שני הכדורים הראשונים הם שונים ?
ד. מהי התפלגות מספר הכדורים המוצאים עד קבלת כדור ירוק ?
ה. מהו מקדם המתאם בין מספר הכדורים הכחולים ומספר הכדורים הירוקים מבין חמשת הכדורים הראשונים שמוציאים ?

שאלה 2 (30 נקודות)

נתונות שתי קוביות. בכל הטלה של כל אחת משתי הקוביות מתקבלות בסכוי שווה כל אחת מששת פאותיה.
על כל אחת מששת פאותיה של הראשונה רשום מספר שלם שונה בין 1 ל 6 (זאת אומרת שהיא קוביה רגילה).
בקוביה השניה רשומים כל אחד מהמספרים 1,2,4 על בדיוק שתי פאות. מטילים את כל אחת מהקוביות פעם אחת. תוצאות ההטלות של הקוביות הן בלתי תלויות.

- א. מהי ההסתברות שהתוצאה 1 לא תתקבל אף פעם ?
ב. מהי ההסתברות שסכום התוצאות של ההטלות יהיה 6 ?
ג. מהי תוחלת מספר ההטלות שבהן תתקבל התוצאה 3 ?

שאלה 3 (30 נקודות)

מבצעים 8 הטלות בלתי תלויות של קובייה תקינה. מסתכלים על מספר הפעמים שבהן התקבל רצף 123456 בשש הטלות עוקבות.

למשל, אם סדרת התוצאות היתה 51234564 אז רצף כזה קרה בין המקומות 2 ל 7.

א. מהי ההסתברות שיהיו בדיוק שני רצפים כאלה ?

ב. מהי ההסתברות שיהיה בדיוק רצף אחד כזה ?

ג. מהי תוחלת מספר הרצפים מסוג זה ?
